O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

QARSHI MUHANDISLIK IQTISODIYOT INSTITUTI

ELEKTRONIKA VA AVTOMATIKA FAKULTETI

TEXNOLOGIK JARAYONLARNI AVTOMATLASHTIRISH VA BOSHQARUV KAFEDRASI

60711400 – Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va boshqarish ta’lim yo’nalishi talabalari uchun

“AVTOMATIK BOSHQARISH NAZARIYASI” fanidan

MA`RUZALAR MATNI

Qarshi - 2023 yil

“Avtomatik boshqarish nazariyasi” fanidan ma`ruzalar matni /Qarshi muhandislik–iqtisodiyot instituti /Qarshi, 2023, _166_ b.

Тузувчи: t.f.n., A.R. Mallayev,
kat. o’q. B.SH.Ibragimov

Тақризчилар: TIQXMMI Qarshi filiali dotsenti,
PhD. O.Shukurova
QMII katta o’qituvchisi A.X.Jurayev

Ma’ruzalar matnida avtomatik boshqarish nazariyasining asosiy tushuncha va ta’riflari, avtomatik boshqarish tizimlarining matematik ifodalash usullari; chiziqli, nochiziqli va diskret avtomatik boshqarish tizimlarining turg‘unligini tahlili, rostlash sifatini baholash va sintezlash, shuningdek, tasodifiy avtomatik boshqarish tizimlari haqida ma’lumotlar keltirilgan.

Ma’ruzalar matni 60711400 - "Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va boshqarish" ta’lim yo’nalishi talabalariga mo‘ljallangan.

Ma’ruzalar matni “Texnologik jarayonlarni avtomatlashtirish va boshqaruv” kafedrasining 2023 yil ____ apreldagi №____-sonli, Elektronika va avtomatika fakulteti Uslubiy komissiyasining 2023 yil _____ apreldagi №____-sonli, institut Uslubiy Kengashining 2023 yil _____ apreldagi №____-sonli yig‘ilishlarida ko‘rib chiqilib tasdiqlangan va o‘quv jarayonida foydalanishga tavsiya etilgan.

Institut Uslubiy Kengash raisi: ______________ _____________

KIRISH

Respublikada chuqur bilimga hamda yuqori saviyaga ega bo‘lgan yosh kadrlarni tayyorlash va bu kadrlar yordamida ilm-fan, ishlab chiqarishdagi dolzarb masalalarni yechish, yangi natijalarga erishish ishlari jadal olib borilmoqda. Kadrlar tayyorlash milliy dasturi “Ta’lim to‘g‘risida”gi O‘zbekiston Respublikasi qonunining qoidalariga muvofiq holda bo‘lib, milliy tajribaning tahlili va ta’lim tizimidagi jahon miqyosidagi yutuqlar asosida tayyorlangan. Albatta, kadrlarni zamon talabi darajasida tayyorlashda fanlardan yaratilgan darslik va o‘quv qo‘llanmalar muhim ahamiyat kasb etadi. Bugungi kunda talabalarga har bir fandan nazariy bilimlarni amaliyotga tatbiq etishni mukammal o‘rgata oladigan o‘quv qo‘llanmalarning mavjudligi muhim masalalardan biridir.

Avtomatik boshqarish nazariyasi – fani nisbatan yaqinda vujudga kelgan bo‘lsada, inson ishtirokisiz ishlovchi alohida qurilmalar qadimdan ma’lum bo‘lgan.

Yevropa sanoatida XVIII asrning oxirida sodir bo‘lgan birinchi keskin burilish natijasida vujudga kelgan rostlagichlar (1765-yilda I.I.Polzunov bug‘ mashinasi qozonidagi suv sathini rostlagichi, 1784-yilda J.Uatt bug‘ mashinasi valining aylanish tezligi rostlagichi) tashqi muhit ta’siri ostida ishlovchi texnik qurilmalarning ishini stabillashga mo‘ljallangan edi. Eng samarali usul manfiy teskari bog‘lanishdan foydalanish edi, XIX asrda poluintuitiv kiritildi va kerakli hisob-kitoblarsiz bu doim ham kerakli samarani bera olmasdi. Manfiy teskari bog‘lanishli rostlagichlarni qo‘llashda ko‘pincha taxmin qilingan afzalliklar o‘rniga kutilmagan texnik hodisalarga: noturg‘unlik va yangi harakatlar paydo bo‘lishiga duch kelishar edi. Bu hodisalarni tadqiq etish uchun mos usullar talab qilinardi, bu usullar g‘ayrioddiy xususiyatlarni nafaqat tushuntirib berishi, balki rostlagichlar tavsifining umumiy qonuniyatlarini qarab chiqishga imkon berishi lozim edi. Ularning asoslari XIX asrning oxirlarida ingliz matematik-mexanigi D.Maksvellning (1866 y.) hamda rus mexanigi I.A.Vishnegradskiyning (1876, 1877 yy.) «rostlagichlar haqida»gi birinchi asarlarida bayon etib berildi. Yangi nazariyalarning jadal rivojlanishi elektrotexnik tizimlar, xususan elektromashinalar va radioavtomatika tizimlarining paydo bo‘lishi bilan boshlandi. Shu paytgacha, elektr mashinaning tezligini rostlash tizimi avtomatik boshqarishning klassik namunasi hisoblanib kelindi. Keyinchalik ma'lum bo'ldiki, avtomatik boshqaruv nazariyasining usullari mexanika, energetika, radio- va elektrotexnikada, ya'ni teskari aloqani qo'llash mumkin bo'lgan hamma sohadagi turli fizik tabiatli obyektlarning ishlashini tushuntirib berishi mumkin ekan. Barcha usullarni bir vazifa birlashtirib turadi: o'tish jarayonlaridagi kerakli aniqlikni va qanoatlantiruvchi sifatni ta'minlab berish. Shunday qilib, avtomatik boshqaruv nazariyasi, mohiyatiga ko'ra, manfiy teskari bog'lanishli tizimlardagi jarayonlar nazariyasi hisoblanadi. Ayni vaqtda, avtomatik boshqaruv nazariyasi o'zining tahliliy apparati bilan ilmiy fanga aylangan.

Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish masalalariga avtomatik boshqarishni qo'llash texnologik jarayonlarni avtomatik boshqarish tizimlari yordamida amalga oshiriladi. Ularda texnologik jarayon va texnologik obyekt holati zamonaviy EHMlardan foydalanilgan holda tahlil qilinadi. Shulardan ko'rinadiki, avtomatik boshqarish insonlar tomonidan amalga oshiriladi, boshqaruv tizimining texnik vositalari, shu jumladan, EHMlar boshqaruv yechimlarini ishlab chiqish va qo'llashning murakkab jarayonida inson imkoniyatlarini ko'p marta oshiruvchi qudratli vosita sanaladi. EHMlar asosidagi zamonaviy avtomatik boshqaruv tizimi hozirgi davr ishlab chiqarish amaliyotida keng qo'llanilmoqda.

Boshqaruv nazariyasining o'rganish predmeti teskari bog'lanishli avtomatik tizimlarni konstruksiyalash, ularning xossalari, hisoblash usullari hisoblanadi. Fan va texnikaning hozirgi taraqqiyotida modellarni tuzish uchun odatda, makroolam fizikasi va mexanikasining asosiy qonunlari shakllangan, ya'ni differensial tenglamalar apparatidan foydalaniladi. Shunday ekan, boshqaruv nazariyasining predmeti avtomatik tizim modelining xossalari hisoblanadi, bu xossalar differensial tenglamalar hamda ularning turli o'zgartirishlari va interpretatsiyalari ko'rinishida ifodalanadi.

I-MODUL.
AVTOMATIK BOSHQARISH NAZARIYASINING UMUMIY XUSUSIYATLARI VA TUSHUNCHALARI

1.1. Asosiy tushuncha va ta'riflar

Avtomatik boshqarish nazariyasi (ABN) boshqarish to'g'risida ta'lim beruvchi ilmiy fanlar qatoriga kiradi. Avtomatik boshqarish nazariyasi – bu avtomatik boshqarish tizimi (ABT)da kechuvchi axborot jarayonlari predmetini o'rganuvchi ilmiy fandir.

ABN turli fizik tabiatli boshqarish tizimining o'ziga xos umumiy qonuniyatini va bu qonuniyat asosida yuqori sifatli boshqarish tizimlarini qurish prinsiplarini ishlab chiqadi.

ABNda boshqarish prinsiplarini o'rganish orqali tizimning fizik va konstruktiv xususiyatlardan abstraktlashtiriladi va real tizimning o'rniga matematik modeli adekvat bo'lgan tizim ko'riladi. BNda asosiy tadqiqot usuli matematik modellashtirish hisoblanadi. Undan tashqari ABNning uslubiyot asoslarini quyidagilar tashkil etadi: odatdagi differensial tenglamalar nazariyasi; operatsion hisoblash; garmonik tahlil; vektor-matritsali algebra.

ABN boshqarish tizimlari elementlarining ishlash nazariyasi (datchik, registr) bilan birgalikda *avtomatikani* tashkil etadi. Avtomatika texnik obyektlarni boshqarish to'g'risidagi fan bo'lib, texnik kibernetikaning bir bo'lagi hisoblanadi. Shuningdek, avtomatika texnik obyektlarni boshqarish uchun kerak bo'lgan axborotlar va ularni qayta ishlash bilan shug'ullanuvchi – *axborotlar nazariyasi* va *BN* fanlariga bo'linadi.

Kibernetika – murakkab tizimlar (texnik obyektlar, texnologik jarayonlar, jonli organizmlar, jamoalar, tashkilotlar va h.k.) ni optimal boshqarish to'g'risidagi fan.

Texnik kibernetika (yoki *avtomatik boshqarish nazariyasi*) – kibernetikaning g'oya va usullari yordamida texnik tizimlarni o'rganuvchi fan sohasi. Texnik obyektlarni boshqarishning asosiy vazifasi – jarayonga qo'yilgan talablarni bajarilishida ayni sharoitda boshqarish algoritmlarini topish va amalga oshirishdir.

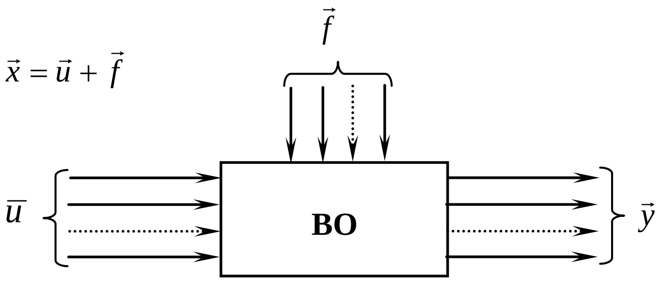
Boshqariluvchi obyekt va avtomatik boshqarish qurilmasi (rostlagich) birgalikda hamda ularni o‘zaro ta’siri – *avtomatik boshqarish tizimi* deyiladi.

ABT – bu shunday tizimki, unda boshqarilish vazifasi avtomatik bajariladi, ya’ni inson ishtirokisiz.

Avtomatlashtirilgan boshqarish tizimi – bu tizimda boshqarish vazifasini bir qismi avtomatik boshqarish qurilmasida bajariladi, bir qismi (ayniqsa, muhim va murakkab qismi)ni esa inson bajaradi.

Qurilma (tizim)ning ishlash algoritmi – bu qurilma (tizim)da texnik jarayonni to‘g‘ri bajarilishi haqida yetakchi buyruqlar majmui.

Boshqarish obyekti (BO) – texnik jarayonni amalga oshiruvchi va ishlash algoritmini amalga oshirish uchun maxsus tashkil etilgan tashqi ta’sirga muhtoj qurilma (qurilmalar majmui), moslama yoki jarayon. Boshqarish obyekti – zaruriy holatni ta’minlashi kerak (1.1-rasm).



1.1-rasm. ***Boshqarish obyekti.***

ABNda *boshqarish obyekti* istalgan texnik obyekt, texnologik jarayon, shuningdek, sodda ABT bo‘lishi mumkin.

Istalgan obyekt tashqi muhitning obyektga ta’siri, rostlagichli boshqarish signalining ta’siri, obyektning o‘zida jarayonlarni belgilovchi *kattaliklar* qatorida tavsiflanadi.

Ta’sir deb tashqaridan obyektga ta’sir etuvchi kattaliklarga aytiladi (1.1-rasm). Ta’sirlarning ikki turi mavjud:

1. *Boshqaruv ta’siri* $\vec{u}$ (boshqaruv signali, boshqaruvchi kirish kattaligi) – bu boshqaruvchi qurilma tomonidan ishlab chiqiluvchi (yoki inson tomonidan beriluvchi) ta’sir.

2. *G‘alayon* $\vec{f}$ – boshqarish tizimiga bog‘liq bo‘lmagan obyektga ta’sir. G‘alayon *yuklamaga* – bu tizimning ishlashiga bog‘liq bo‘lgan tashqi ta’sir va *xalaqitga* – obyektda qo‘shimcha ko‘rinishda bog‘liq bo‘lgan zararli tashqi ta’sirlarga bo‘linadi.

Ta’sirlar uch jihatdan quyidagilarga bo‘linadi: *energetik* (energiyani o‘zgartirish va uzatish), *metabolik* (kattalikning shakli va tarkibini o‘zgartirish), *axborot* – energetik va metabolik hosil bo‘lgan har bir ta’sirlar bir vaqtni o‘zida axborot bo‘ladi.

Boshqarish obyektining ishlashini tavsiflovchi o‘zgaruvchilarga – *chiqish kattaliklari* $\bar{y}$ (bular barchasi fizik kattaliklar) deyiladi. Ba’zida ularni tizimning *chiqish koordinatalari* deb nomlanadi (1.1-rasm).

Boshqarish algoritmi – bu ishlash algoritmlarini amalga oshirish maqsadida obyektdagi tashqi ta’sirlar tavsifini aniqlovchi buyruqlar majmui.

Avtomatik boshqarish – bu boshqarish algoritmiga muvofiq ta’sirlarni amalga oshirish jarayoni.

Avtomatik boshqarish qurilmasi (ABQ) – boshqarish algoritmi bilan muvofiq kelishda ta’sirlarni amalga oshiruvchi qurilma.

Boshqarish qurilmasining ishlash algoritmi – bu mavjud boshqarish algoritmi.

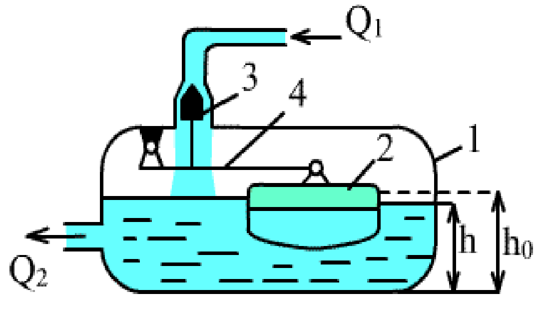
ABTda jarayonlarni o‘rganishda muhim jihatlardan biri bu axborotdir. Bu jarayonlar signal o‘zgartirgichlar hisoblanadi.

Signal – bu muayyan fizik kattaliklarni o‘zgarishi.

Obyektning o‘zida o‘zgarishlarni tavsiflovchi kattaliklarga *ichki kattalik* yoki *obyekt holati* deyiladi.

Ular ichidan obyekt holatini tavsiflovchi va atayin o‘zgartiriluvchi yoki doimiy ushlab turiluvchi – *boshqarish kattaligini* alohida keltirish mumkin.

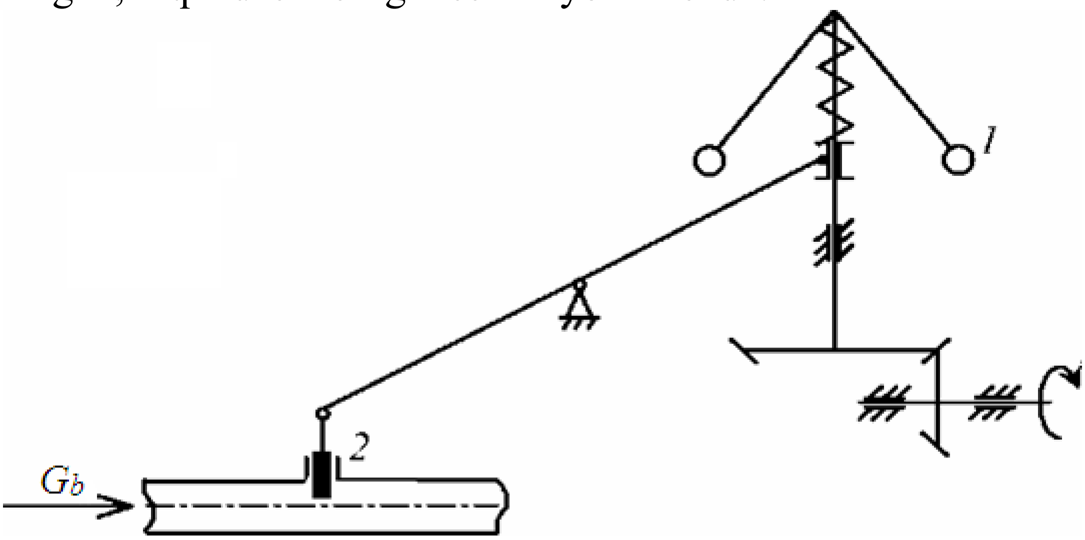
Sanoatda qo‘llanilishi mumkin bo‘lgan eng birinchi avtomatik rostlagich rus mexanigi I.I.Polzunov tomonidan (1765 y.) yaratilgan. Bu qurilma bug‘ mashinasi qozonidagi suv sathi balandligini inson ishtirokisiz bir me’yorda ushlab turishga mo‘ljallangan qurilma edi (1.2-rasm). Ma’lumki, qozondagi suv miqdori uning bug‘ga aylanishi va sarfi sababli kamayadi, natijada undagi bug‘ bosimi ham kamayadi. Bu o‘z navbatida bug‘ mashinasining yomon ishlashiga, uning tezligi o‘zgarib turishiga sabab bo‘ladi. Shu sababli bug‘ qozonidagi suv sathi balandligi va bug‘ mashinasining aylanish tezligini saqlab turish o‘sha davrning eng muhim muammolaridan hisoblanardi. Qozondagi 1 chiquvchi suvning sarfi Q_2 oshganda suv sathi h_0 balandlikdan kamayadi. Richak 4 ga mahkamlangan to‘siq *3* qalqovuch 2 pasayishi hisobiga ochiladi va qozonga tushayotgan suv hajmi Q_1



1.2-rasm. ***Polzunov rostlagichi.***

oshadi. Suvning sathi *h* oshganda qalqovuch 2 ko‘tariladi hamda bu o‘z navbatida qozonga tushayotgan suv hajmi Q_1 ni to‘siq 3 orqali kamaytiradi. Polzunov yaratgan texnik vosita (rostlagich) tufayli, odam qozondagi suv sathi balandligini nazorat qilish, agar undagi suv sathi oldindan belgilab qo‘yilgan suv sathi balandligidan kamaysa – suv quyib, ortib ketganda esa qozonga suv kelishini to‘xtatish jarayonini boshqarib turish funksiyasini bajarishdan ozod bo‘ldi.

1784-yida ingliz mexanigi Jems Uatt ikkinchi muammoni hal qildi – bug‘ mashinasi valining aylanish tezligini rostlay oladigan avtomatik qurilma – rostlagichni yaratdi (1.3-rasm). Valning aylanish soni o‘zgarsa, markazdan qochma kuchlarning ta’siri ostida yuklar 1 o‘z holatini o‘zgartiradi hamda rostlash organi 2 joyini o‘zgartirish hisobiga bug‘ uzatilishi o‘zgaradi. Bu o‘z navbatida valning aylanishlar soniga bog‘langan, faqat dastlabkiga teskari yo‘nalishda.



1.3-rasm. ***Uatt rostlagichi.***

Bu ikki texnik qurilma yordamida o‘sha vaqtdagi texnologik mashinalarning ishonchli va o‘zgarmas tezlikda ishlashi birmuncha ta’minlangan. Polzunov va Uattlarning rostlagichlarida avtomatik rostlash tizimlarining asosiy elementlari sifatida obyekt – bug‘ qozoni va bug‘ mashinasini, rostlash qurilmasi – rostlovchi qopqoqli po‘kak va markazdan qochma uzatgichlarni ko‘rishimiz mumkin.

Boshqarish nazariyasining asoschisi 1876-yilda «Bevosita ta’sir qiluvchi rostlagichlar» to‘g‘risidagi ilmiy ishni chop ettirgan rus olimi va muhandisi I.A.Vishnegradskiy hisoblanadi. Ushbu ishda u rostlash obyekti va rostlagichni yagona rostlash tizimda ekanligini va shuning uchun rostlagich va boshqarish obyektidan o‘tuvchi jarayon o‘zaro aloqada bo‘ladi va birgalikda ko‘rib chiqilishi shart ekanligini birinchi bo‘lib isbotlab berdi.

O‘sha vaqtlarda ushbu yo‘nalishda Maksvell ham ishlagan. Keyinchalik mashhur rus olimlari A.M.Lyapunov va N.E.Jukovskiylar avtomatik boshqariladigan mashina va mexanizmlarda kechayotgan jarayonlarning matematik nazariyasi asoslarini yaratgan.

Zamonaviy boshqarish nazariyasining rivoji XX chi asrning 20-30-yillarida Minorskiy, Naykvist, Xazenlarning maqolalarini paydo bo‘lishi bilan boshlandi. Nazariy ishlar muhandislar uchun klassik usullardan foydalanib avtomatik rostlash tizimlarini kundalik loyihalash imkonini yaratdi.

So‘nggi vaqtlarda klassik usullar o‘zining mukammalligiga erishganda tadqiqot ishlari optimal usullarni ishlab chiqish yo‘nalishiga qaratilgan edi. A.S.Pontryagin o‘zining «maksimum prinsipi» ni ishlab chiqqan bo‘lsa, R.Bellman va R.Kalmanlar «Avtomatlashtirilgan boshqarishning optimallik prinsiplari» ni yaratganlar. Ushbu fanning rivojiga o‘zbekistonlik olimlardan N.R.Yusupbekov, M.M.Komilov, T.F.Bekmuratov, X.Z.Igamberdiyevlar o‘zlarining ilmiy natijalari bilan hissalarini qo‘shganlar.

1.2. Avtomatik boshqarish tizimlarining sxemalari

ABTda quyidagi sxemalardan foydalaniladi:

1. *Funksional sxema* – bu sxema tizimning qanday elementdan tashkil topganini bildiradi. Unda har bir elementga mos ravishda shu elementning nomi yoki u bajaradigan funksiyasining nomi keltiriladi.

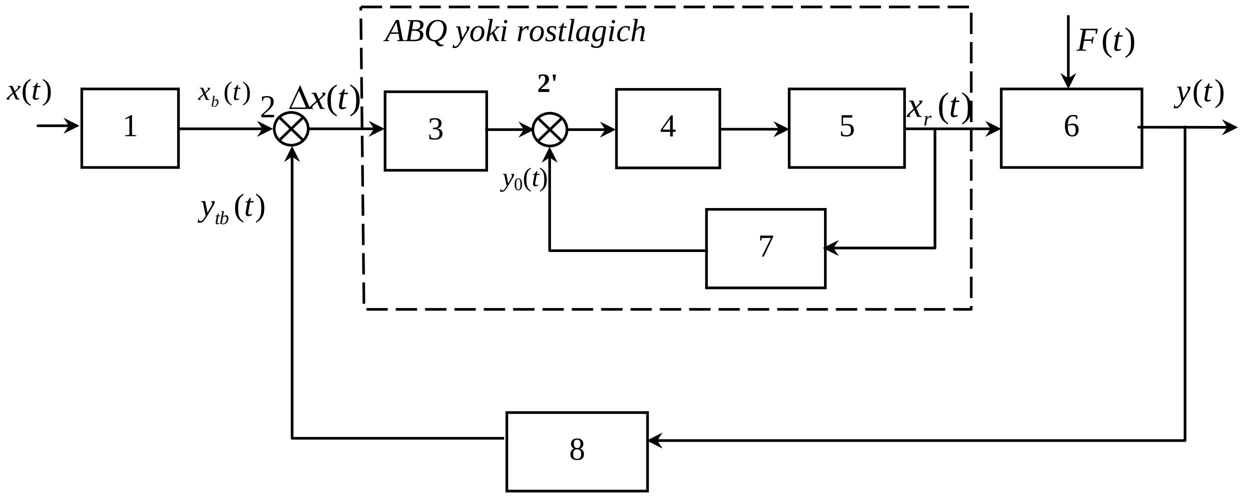
Oddiy avtomatik boshqarish tizimlarining funksional sxemasiga misol qilib, kirish va chiqish kattaligi bitta bo‘lgan bir o‘lchamli tizimni keltiramiz (1.4-rasm).

Bu yerda $x(t)$ – kirish signali; $y(t)$ – chiqish (rostlanuvchi yoki boshqariluvchi) kattalik; $x_{\mathrm{b}}(t)$ – boshqariluvchi kattalikning berilgan qiymati; $\Delta x(t)=x_{\mathrm{b}}(t)–y_{\mathrm{tb}}(t)$ – boshqariluvchi kattalikning berilgan qiymatdan chetlashishi yoki og‘ishi; $F(t)$ – qo‘zg‘atuvchi signal yoki ta’sir; $y_{\mathrm{tb}}(t)$ – asosiy teskari bog‘lanish signali; $y_0(t)$ – mahalliy teskari bog‘lanish signali; $x_{\mathrm{r}}(t)$ – boshqaruvchi, rostlovchi kattalik yoki signal.

1 – topshiriq beruvchi element. Boshqarish maqsadiga muvofiq keladigan boshqarish signallarini tashkil etish uchun mo‘ljallangan.

2, 2' – taqqoslovchi yoki solishtiruvchi element. Bunda bir necha signal mutlaq (absolyut) qiymati bo‘yicha solishtiriladi.

3, 4 – kuchaytiruvchi va o‘zgartiruvchi element. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq signallarni kuchaytirish va o‘zgartirish uchun mo‘ljallangan.



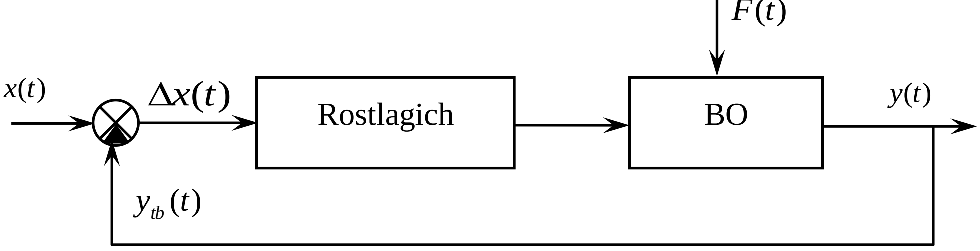
1.4-rasm. ***Bir o‘lchamli oddiy ABT funksional sxemasi.***

5 – ijro etuvchi element. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq boshqaruv obyektiga ta’sir etuvchi signalni tashkil etish uchun mo‘ljallangan.

6 – boshqarish obyekti. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq, o‘z holatini o‘zgartirishi kerak bo‘lgan har qanday fizik tabiatli jarayonlar, qurilmalar va hokazolar bo‘lishi mumkin.

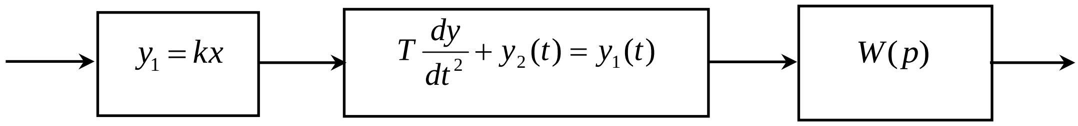
7 – mahalliy teskari bog‘langan element yoki korrektlovchi qurilma. Bu tizimning dinamik xususiyatini yaxshilash uchun ishlatiladi.

8 – asosiy teskari bog‘lanish elementi yoki axborot datchiklari deyiladi. Bu tizimda bo‘layotgan jarayonlar to‘g‘risida teskari bog‘lanish zanjiri orqali ma’lumot olish uchun mo‘ljallangan (1.5-rasm).



1.5-rasm. ***Bir o‘lchamli oddiy ABT soddalashtirilgan funksional sxemasi.***

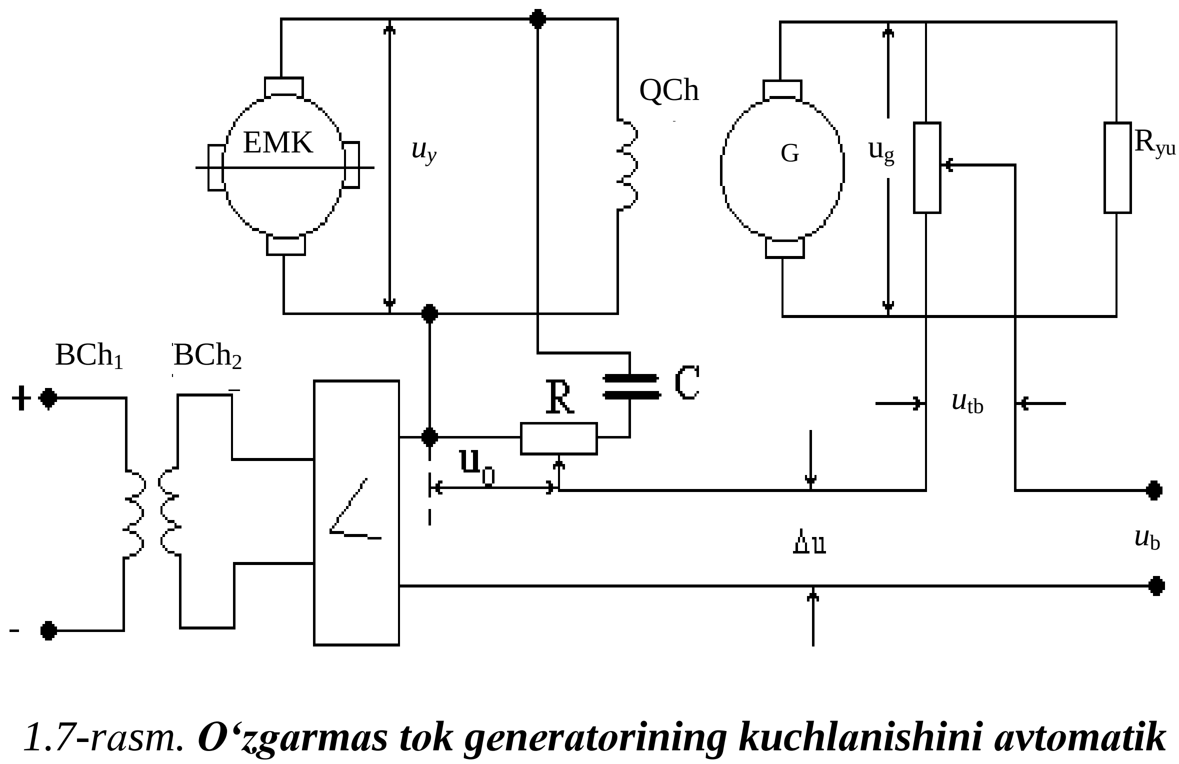
2. *Strukturaviy sxema (model)* – bu sxema tizimning matematik modelini bildiradi. Bunda har bir elementga mos ravishda algebraik, differensial, integral tenglamasi yoki qandaydir uzatish funksiyasi keltiriladi (1.6-rasm).



1.6-rasm. ***Strukturaviy sxema.***

3. *Prinsipial sxema* – bu sxema funksional sxemani kengaytirilgan ko‘rinishi bo‘lib, bunda har bir elementni kengaytirib ko‘rsatiladi.

1.1-misol. O‘zgarmas tok generatorining kuchlanishini avtomatik boshqarish tizimining prinsipial sxemasi 1.7-rasmda keltirilgan bo‘lib, bu yerda EMK – elektr mashina kuchaytirgich; BCh_1; BCh_2 – EMK ning boshqarish chulg‘amlari; *G* – o‘zgarmas tok generatori; QCh – generatorning qo‘zg‘atuvchi chulg‘ami; R_{yu} – yuklama; u_g – boshqariluvchi, rostlanuvchi kattalik; u_{tb} – teskari bog‘lanish signali; $\Delta u=u_b-u_{tb}$ – rostlanuvchi kattalikni berilgan qiymatdan og‘ishi; u_b – rostlanuvchi kattalikning berilgan qiymati; u_y – rostlovchi, boshqaruvchi signal.

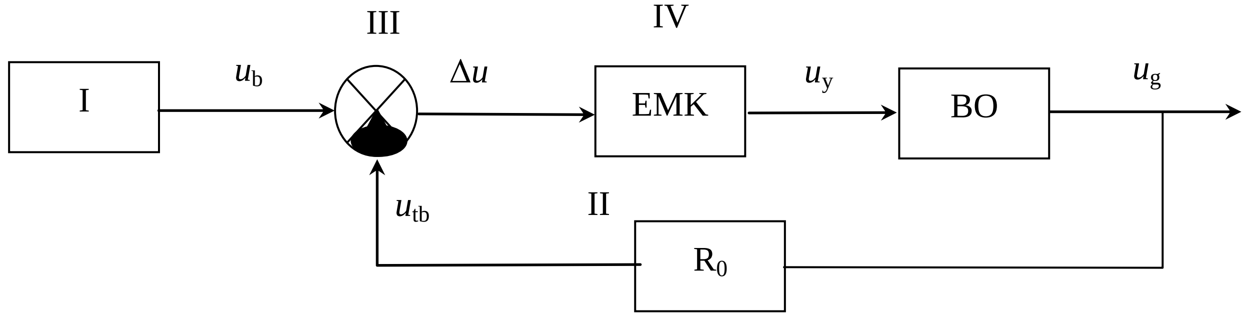


1.7-rasm. ***O‘zgarmas tok generatorining kuchlanishini avtomatik boshqarish tizimining prinsipial sxemasi.***

Tizimning ishlash prinsipi quyidagicha:

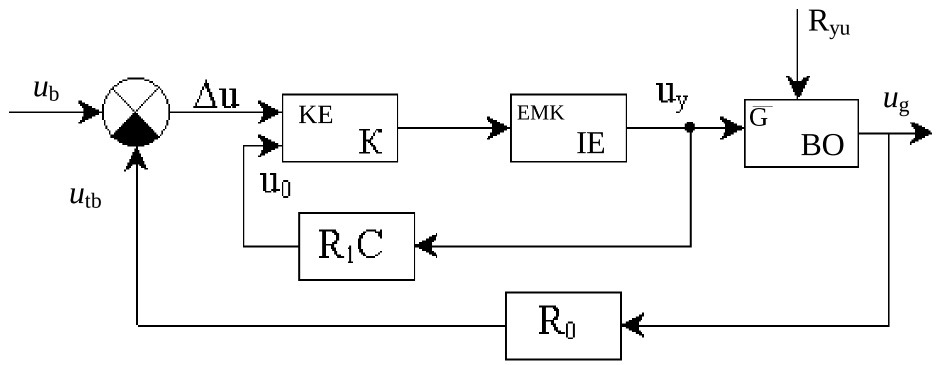
Tizimning maqsadi generator kuchlanishini u_g – o‘zgarmas holda tutib turish. Buning uchun u_b kuchlanish olinadi, uning qiymati rostlanuvchi kattalik u_g kuchlanish bilan bir xil qilib olinadi, chunki generator nominal kuchlanish u_{gnom} ishlab chiqarganda $\Delta u=u_b–u_{tb}=>0$ bo‘lishi kerak. Yuklama R_{yu} o‘zgarishi bilan generator kuchlanishi u_g ham o‘zgaradi, buning natijasida teskari bog‘lanish kuchlanishi u_{tb} ham o‘zgarib $\Delta u=u_b–u_{tb}$ kuchlanish hosil bo‘ladi. Agar $\Delta u=u_b–u_{tb}$ ishorasi musbat (+) bo‘lsa, ya’ni rostlanuvchi kattalik u_g o‘z nominal qiymati u_{gnom} dan kichik bo‘lsa, unda Δu signal EMKning ikkinchi boshqarish chulg‘amida BCh_2 dagi magnit oqimiga mos yo‘nalgan oqim hosil qiladi. Buning natijasida BCh_1 va BCh_2 chulg‘amlardagi magnit oqimlari qo‘shilib EMKning boshqaruvchi kattaligi u_y ko‘tarilishiga olib keladi. EMK esa generatorning qo‘zg‘atuvchi chulg‘amiga QCh qo‘zg‘atuvchi rolini o‘taydi va oxir oqibatda generator kuchlanishi u_g nominal qiymat u_{gnom} ga teng bo‘ladi. Agar $\Delta u=u_b – u_{tb}$ manfiy ishoraga ega bo‘lsa, unda EMKning BCh_1 va BCh_2 chulg‘amlaridagi magnit oqimlari qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘lib, EMKning ishlab chiqargan kuchlanishi u_y kamayishiga olib keladi.

Endi bu tizim boshqarish tizimi ekanligini isbotlaymiz. Buning uchun boshqarishga muvofiq keluvchi 4 bosqichlarni aniqlaymiz (1.8-rasm): I – topshiriq u_g = const bo‘lishi kerak; II – boshqarish tug‘risida axborot u_{tb} nung o‘zgarishi; III – taqqoslash, solishtirish, qaror qabul qilish ya'ni $\Delta u=u_b – u_{tb}$; IV – qabul qilingan qaroarni ijro etish ya’ni kuchaytirgich va EMK yordamida amalga oshirish.



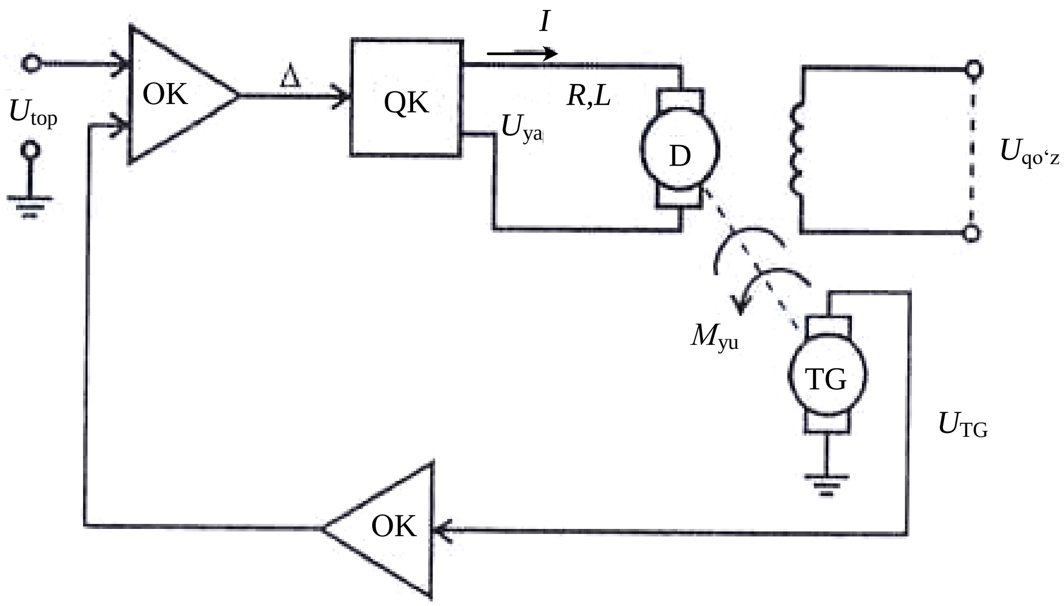
1.8-rasm.

Ko‘rilayotgan tizimning ishlash prinsipiga ko‘ra, uning funksional sxemasini tuzamiz (1.9-rasm).



1.9-rasm. ***Funksional sxema:***
KE – kuchaytiruvchi element, IE – ijro elementi, K – kuchaytirgich.

1.2-misol. Eng ko‘p tarqalgan avtomatik tizimlardan biri – *mustaqil qo‘zg‘atishli doimiy tok dvigatelining aylanish tezligini stabillash tizimidir*. Uning ishlash maqsadi – valga «yuklanish» berilganda dvigatelning berilgan tezligini ushlab turishdan iborat. O‘xshash tipdagi tizimlar, masalan, metall kesish dastgohlarida foydalaniladi va bunda metallning kesish chuqurligiga bog‘liq bo‘lgan holda berilgan aylanish tezligini ushlab turish lozim. 1.10-rasmda bunday tizimlarni amalga oshirishning soddalashgan sxemasi keltirilgan.



1.10-rasm.

Bu yerda quyidagi belgilashlar kiritilgan: U_{top} – tizimga berilgan ta’sirning topshiriq qiymati (berilgan kuchlanish); OK – kirish va chiqish elektr zanjirlarini moslashtirish uchun operatsion kuchaytirgich; Δ – berilgan kuchlanish va taxogenerator kuchlanishlari o‘rtasidagi farq; QK – kichik quvvatli Δ signalni yuqori kuchlanish (dvigatel yakoridagi kuchlanish) ga o‘zgartirib berish uchun quvvat kuchaytirgichi; D – elektr dvigatel; I – elektr dvigatel zanjiridagi tok; R, L – yakor zanjiridagi qarshilik va induktivlik; U_{ya} – elektr dvigatel yakori chulg‘amidagi kuchlanish; $U_{qo‘z}$ – qo‘zg‘atuvchi kuchlanish; TG – taxogenerator (elektr kuchlanishli kichik quvvatli generator), dvigatel aylanish tezligini datchigi sifatida foydalaniladi; U_{TG} – taxogenerator kuchlanishi; M_{yu} – yuklanish momenti.

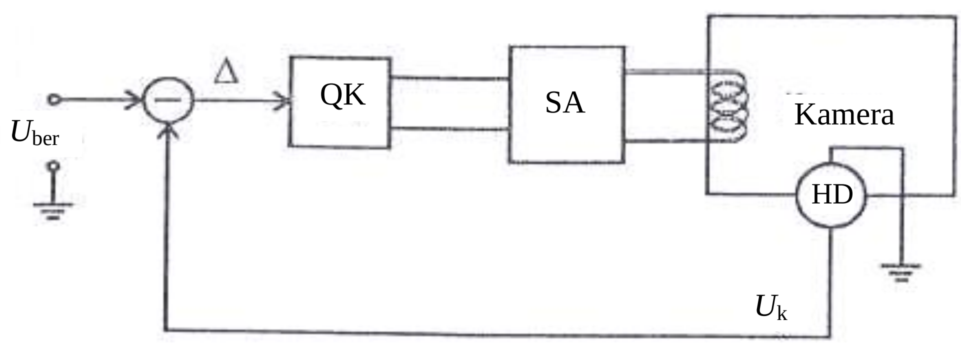
Ushbu tizimda manfiy teskari bog‘lanish tashkil qilingan va u quyidagicha:

$$\Delta = U_{top} - U_{TG} .$$

Agar M_{yu} oshsa, U_{TG} pasayib (tushib) ketadi va U_{ya} oshib ketib, dvigatelda kuchlanish oshib ketganda dvigatel aylanishlarini «ushlab turish» imkonini beradi. Agar M_{yu} kamayib ketsa, dvigatelning aylanish tezligini juda ko‘p miqdorda oshirish imkonini bera olmaydigan teskari jarayon yuz beradi.

Ushbu sinf misolini tavsiflashda dinamik tizimlarni tavsiflash uchun foydalaniladigan o‘zgaruvchilar: kirish - U_{top}, chiqish - U_{TG}, g‘alayon - M_{yu}, holat - I, U_{ya}, parametrlar - L, R kiritilgan.

1.3-misol. Endi maishiy texnika sohasidagi hammaga ma’lum sovutgich haroratini stabillash tizimini ko‘rib chiqamiz. Har bir sovutgichda kameradagi massaning o‘zgarishi va mahsulotlar harorati o‘zgarganda yoki eshik ochilganda haroratni stabillashdan iborat maqsadni amalga oshiruvchi sodda avtomatik rostlash tizimi qo‘llaniladi. 1.11-rasmda sovutgich haroratni rostlash tizimining soddalashtirilgan sxemasi keltirilgan.



1.11-rasm. ***Sovutgich haroratini stabillash tizimining funksional sxemasi.***

Bu yerda, U_{ber} – berilgan haroratga mos keluvchi signal; HD – harorat datchiki; QK – boshqarish qurilmasi sifatida qo‘llaniladigan releli xarakteristikali quvvat kuchaytirgichi, u sovuq agentni kameralarning quvurlari orqali «haydovchi» bo‘lib, sovitish agregati (SA) ni qo‘shadi yoki ajratadi.

Sovutgichlarda operatsion kuchaytirgichlar ishlatilmaydi; berilgan va haqiqiy haroratlarni solishtirish bevosita amalga oshiriladi. Sxemada ushbu amal mos element bilan ko‘rsatilgan.

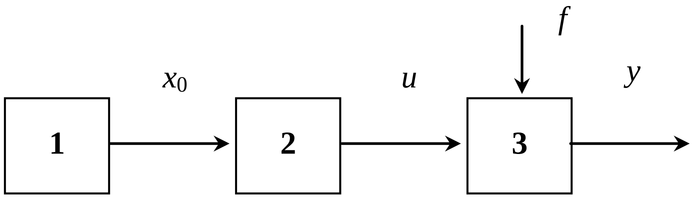
Tizim quyidagicha ishlaydi: agar eshik ochilib, kameraga issiq mahsulotlarning bir qancha massasi quyilsa, unda kamerada harorat tezda oshib ketadi va berilgan (quyi) hamda oshib ketgan haqiqiy harorat o‘rtasidagi Δ farq oshib ketadi va rele xarakteristikali QK qo‘shiladi hamda sovutish agregati ishlay boshlaydi. Bir qancha vaqtdan so‘ng Δ farq boshlang‘ich qiymatdan kichik bo‘ladi va rele QKni ajratib yuboradi. Bunday tizim faqat «bir tomon» sovutishga ishlaydi. Ushbu jarayonni quyidagi kattaliklar tavsiflaydi: kirish – U_{ber}, chiqish – harorat datchigidan chiquvchi kuchlanish; holat – kamera ichidagi harorat, xalaqit – qo‘yilgan mahsulotdagi issiqlik miqdori.

1.3. Boshqarishning fundamental prinsiplari

Tizimni boshqarishning statik va dinamik xususiyatlarini bilgan holda, tizimning matematik modelini qurish va aniq ta’sirlarda shu tizimning berilgan ishlash ketma-ketligini ta’minlab beruvchi boshqarish ketma-ketligini topish mumkin. G‘alayonlantiruvchi ta’sirlar oldindan notanish tarzda o‘zgarishi sababli model har doim haqiqiy tizimning xususiyatlarini yaqindan tasvirlab bera olmaydi. Shu sababli, tizimning topilgan boshqarish ketma-ketligida o‘zini tutishi istalgan tizimdan farq qiladi. Tizimni o‘zini tutishini talab qilingan darajaga yaqinlashtirish uchun boshqarish algoritmi nafaqat tizimning xususiyatlari va ishlash algoritmlarini, balki tizimni haqiqiy ishlashi bilan bog‘liq bo‘lishi kerak.

ABTlari asosida boshqarishning ayrim umumiy shartlari yotadi. Hozirgi vaqtda texnikada boshqarishning 3 ta asosiy prinsiplari aniqlangan va ulardan foydalanilmoqda. Ular quyidagilardir: ochiq boshqarish prinsipi, kompensatsiya prinsipi va teskari aloqa yoki og‘ish prinsipi.

Ochiq boshqarish prinsipi. Bu prinsipning ma’nosi shundan iboratki, boshqarish ketma-ketligi faqatgina berilgan ishlash ketma-ketligi asosida ishlab chiqiladi va boshqa omillar – g‘alayonlar yoki jarayonning chiqish kattaliklari bilan nazorat qilinmaydi. Tizimning umumiy funksional sxemasi 1.12-rasmda keltirilgan.



1.12-rasm. ***Ochiq boshqarish prinsipi.***

Ishlash ketma-ketligi topshirig‘i $x_0(t)$ ni maxsus texnik qurilma – dastur topshiriq beruvchisi tomonidan ishlab chiqilgani kabi, oldindan, tizim loyihalanayotgan vaqtda bajarilishi va undan keyin boshqarish qurilmasini (2) tuzatayotganda bevosita qo‘llanilishi mumkin. So‘nggi holatda sxemada blok 1 yo‘q. Ikkala holatda ham sxema strelkalar bilan ko‘rsatilgani kabi asosiy ta’sirlar kirish elementlaridan chiqish elementlariga (3) uzatiladigan ochiq zanjir ko‘rinishga ega. Ochiq tizimlarida u va x_0 yaqinligi faqatgina hamma elementlaridan kuzatiladigan fizik qonuniyatlaridan tanlash va tuzish bilan ta’minlanadi.

Odatiy kamchiliklariga qaramay, bu prinsip juda keng qo‘llaniladi.

Ochiq zanjirlarda qo‘llaniladigan barcha elementlar istalgan tizim tarkibiga kirganligi, bu prinsip shunchalik sodda bo‘lib tushunilganligi sababli uni har doim ham asosiy prinsiplardan biri kabi ajratmaslik imkonini beradi. Bunga ochiq zanjirlarni qurishning umumiy qonunlarini ajratish ham kiradi. Tuzuvchiga foydali bo‘lgan asosiy qoidalar sezilarli darajada mustaqil qurilmalarning xususiyatlari bilan bog‘liq va asbobsozlik hamda mashinasozlikning amaliy kurslarida maxsus o‘rganiladi.

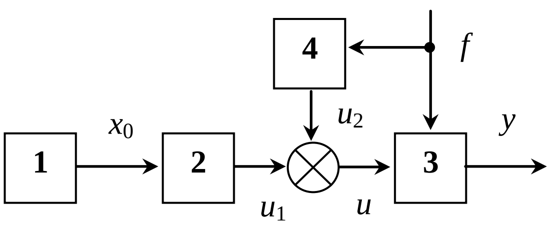
Yuqorida ta’kidlab o‘tilgan operatsiyalar qo‘shish, ajratish va qayta qo‘shish ko‘p hollarda har qaysisi ochiq zanjirda boshqarish elementi sifatda qaralishi mumkin bo‘lgan turli mantiqiy elementlar va ularning to‘plamlari (uzgich, rele, VA, YOKI, EMAS elementlari va boshqalar) yordamida amalga oshirilishi mumkin.

Bu elementlarning boshqa turi sifatida dasturiy elementni ishga tushiruvchi qurilmalar va dasturiy elementlarning o‘zidan tashkil topgan dastur datchiklari qaralishi mumkin.

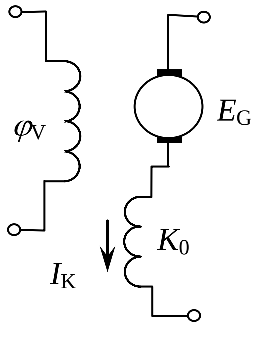
Elementlarning keyingi turi chiziqli o‘zgartirgichlar hisoblanadi. Bunday o‘zgartirgichlarning biri fizik kattalikni boshqa foydalanishga qulay bo‘lgan kattalikka almashtirishni amalga oshiradi. Boshqa bir turi kuchaytirgichlarning kirish va chiqishida son qiymati har xil bo‘lgan bir xil fizik kattaliklarga ega. Shuningdek, nochiziqli funksional o‘zgartirgichlardan ham foydalaniladi.

Agar g‘alayonlantiruvchi ta’sirlar ochiq zanjirda topshirilgan aniqlikda ishlash ketma-ketligini ta’minlab bermaydigan darajada yirik bo‘lsa, aniqlikni oshirish maqsadida ayrim hollarda ta’sirni o‘lchab, o‘lchash natijalariga ko‘ra ishlash algoritmini chetlanishga chiqishiga sabab bo‘layotgan g‘alayonlarni kompensatsiyalash maqsadida zanjir tarkibiga tahrirlovchi elementlarni kiritish mumkin. Boshqarishning bunday prinsipini – ***kompensatsiyalash (g‘alayon bo‘yicha boshqarish) prinsipi*** deyiladi.

Rostlanayotgan kattalikning chetlanishi faqatgina boshqaruvchi *u* ta’sirigagina emas, balki g‘alayonlantiruvchi ta’sir *f* ga bog‘liq bo‘lgani uchun, ya’ni $y = F_1(u_1, f)$, boshqarishni $y = F_2(f)$ shunday tanlash mumkinki, o‘rnatilgan tartibda chetlanish bo‘lmasin, ya’ni $\Delta y = x_0 - F_1(u_1, f) = 0$. Bu prinsipning funksional sxemasi 1.13-rasmda ko‘rsatilgan. Harorat o‘zgarganda mayatnik uzunligini bir xilda ushlab turishni ta’minlab beruvchi xronometr mayatnigidagi turli issiqlik kengayish koeffitsiyentiga ega bimetallik sterjenlar tizimi bilan tushuntirsh mumkin (1.14-rasm). Agar generator $E_G = k\varphi_V$ elektr yurituvchi kuchi φ_V ga chiziqli bog‘liq bo‘lsa, unda topshirilgan kuchlanish U_G ni bir xilda ushlab turish uchun generator elektr yurituvchi kuchini o‘zgartirish lozim.



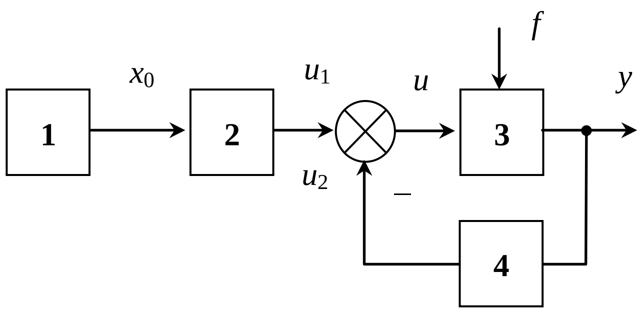
1.13-rasm. ***Kompensatsiyalash (g‘alayon bo‘yicha boshqarish) prinsipi.***



1.14-rasm. ***Bimetallik sterjenlar tizimi.***

1940-yilda G.V.Shipanov boshqarilayotgan kattaliklarni g‘alayon ta’sirlardan invariantlikka erishish prinsipini taklif qildi. Shipanov kompensatsiyani ta’sirlardan o‘lchamasdan, rostlagichni kompensatsiyaga mos tanlab bunga erishmoqchi edi. U bu tanlashni qanoatlantiruvchi matematik shartlarni oldi, lekin bu shartlarni fizikaviy jihatdan amalga oshirishda qiyinchiliklarga uchradi.

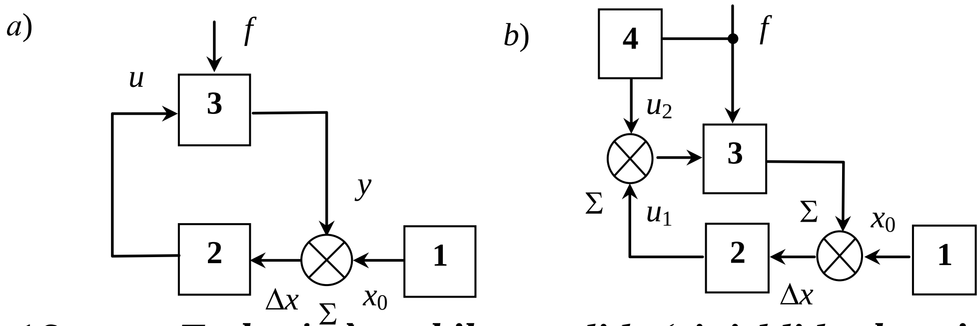
Teskari aloqa yoki og‘ish prinsipi. Tizimni shunday qurish ham mumkinki, ishlash ketma-ketligining aniqligi g‘alayonlarni o‘lchamasdan ham ta’minlansin. 1.15-rasmda korrektlovchi qurilmalar boshqarish ketma-ketligiga 1.12-rasmda keltirilgan koordinatalarning qiymati bo‘yicha kiritilgan. Bu maqsadda tizim tuzilishiga y ni o‘lchashga mo‘ljallangan va boshqarish qurilmasiga korrektlovchi ta’sirlarni ishlab chiqarishga mo‘ljallangan elementlarni oluvchi qo‘shimcha aloqalarni kiritish mumkin. O‘z ichiga sxema berk zanjir ko‘rinishiga ega va shu narsa bu prinsipga nom berishda ustuvor poydevor bo‘lib xizmat qiladi. Kiritilgan qo‘shimcha zanjir *teskari aloqa* zanjiri deb ataladi, bunga asos bo‘lib esa ta’sirlarni qo‘shimcha aloqa orqali qarama-qarshi boshqarish obyektiga uzatilishi sanaladi.



1.15-rasm. ***Teskari aloqa yoki og‘ish prinsipi.***

1.15-rasmda tasvirlangan sxemada umumiy holdagi berk tizim tasvirlangan. Shu sxema asosida ko‘pgina o‘zgartiruvchi va hisoblab-yechuvchi elementlar quriladi. Boshqarishda esa berk tizimning xususiy ko‘rinishi keng tarqalgan. Bu sxemalarda boshqarish ketma-ketligi korreksiyasi bevosita y kattalik qiymatlariga binoan amalga oshiriladi, ularning qiymatlaridan chetlanishi bo‘yicha esa, ishlash ketma-ketligi x_0 aniqlanadi, ya’ni $\Delta u = u_1 - u_2$.

Teskari aloqa bilan turli ko‘rinishli boshqarishni amalga oshiruvchi sxema 1.16,*a* - rasmda keltirilgan: $\mp$ element boshqarish ketma-ketligini topshiradi, solishtirish elementi – $\sum$ summator esa y ni x_0 dan keltirib chiqaradi, ya’ni chetlanish yoki xatolik deb ataluvchi Δx kattalikni ishlab chiqadi.



1.16-rasm. ***Teskari aloqa bilan turli ko'rinishli boshqarishni amalga oshiruvchi sxemalar.***

Ko'p hollarda funksiya boshqaruvchi ta'sirlarni ishlab chiqishi emas, balki uning vaqt bo'yicha hosila va integralini ishlab chiqishi maqsadga muvofiq bo'ladi:

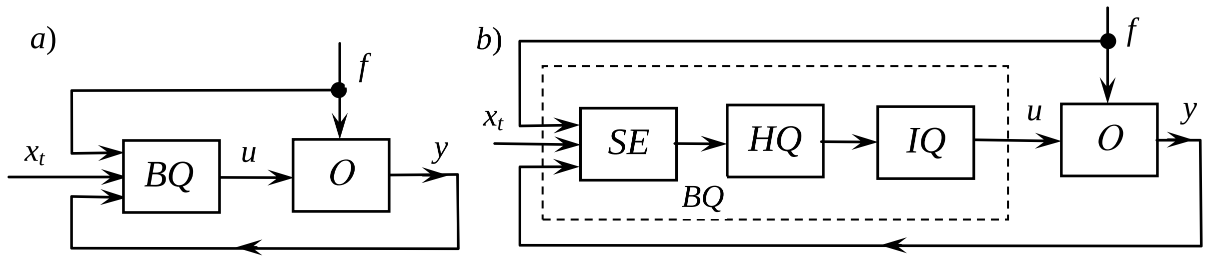
$$u = F(\Delta x_1, \Delta x_2, ... \int_0^t \Delta x dt ...), \ \ \Delta x = x_0 - x \tag{1.1}$$

F funksiya Δx funksiya bilan bir xil ishorali bo'lmasligi va uning «kamayuvchisi» bo'lmasligi kerak. Boshqa argumentlarga nisbatan uning qiymati tahlil natijalarida aniqlanadi.

Aytib o'tilgan *F* funksiyaga bo'lgan shartlarga ko'ra chetlanish funksiyasidagi boshqarish *rostlash* deb ataladi. Bu holatda boshqaruvchi qurilmalar *avtomatik rostlagich* deb nomlanadi. Obyekt 3 va rostlagich 2 (1.16,*b*-rasm) *avtomatik rostlash tizimi* (ART) deb atalib, berk tizimni tashkil etadi. Boshqarish ta'siri *u* ni ishlab chiqarayotgan rostlagich boshqarish ketma-ketligi (1.1) ifodaga mos ravishda obyekt chiqishiga nisbatan manfiy aloqani paydo qiladi. Rostlagich orqali paydo bo'ladigan teskari aloqa asosiy teskari aloqa deb ataladi. Bundan tashqari, rostlagich ichida boshqa mahalliy teskari aloqa mavjud bo'lishi mumkin.

1.4. Avtomatik boshqarish tizimlarining sinflanishi

Avtomatik boshqarish tizimlari (ABT) ning asosiy turlari va ularga tegishli tushunchalar bilan tanishish uchun avtomatik boshqarish nazariyasi nuqtai nazaridan jiddiy belgilari bo'yicha tasnifini ko'rib chiqamiz.



1.17-rasm. ***Avtomatik boshqarish tizimining blok-sxemasi (a) va funksional sxemasi (b).***

Ochiq, berk va kombinirlashgan tizimlar. 1.17-rasmda tasvirlangan ABT sxemasida boshqaruvchi qurilmaga uch xil axborot kelib tushadi: ob’ektning holatini bildiruvchi kattalik y haqida, boshqarish maqsadini aks ettiruvchi kattalik x_t haqida va ob’ektning ish rejimini buzadigan g‘alayon kattaligi f haqida.

Bu axborotlardan ba’zilarigina ishtirok etadigan ABTlar ham bo‘ladi. Boshqaruvchi qurilma tomonidan foydalaniladigan axborot turiga qarab, ABTlar ikki turga ajratiladi: ochiq tizimlar va berk tizimlar.

Ochiq ABT da ob’ektdan chiqish kattaligi y o‘lchanmaydi, ya’ni ob’ektning holati nazorat qilinmaydi. Ob’ektning chiqishi bilan boshqaruvchi qurilmaning kirishi teskari aloqa bilan bog‘lanmagan ABTlar ochiq deyiladi, bog‘langan bo‘lsa – berk yoki berk konturli deyiladi.

Ba’zi ABT larda boshqaruvchi qurilma faqat bitta topshiriq beruvchi ta’sir - x_t ni, bitta qo‘zg‘atuvchi f ni o‘lchaydi, ikkalasi bir vaqtning o‘zida bajarilishi mumkin.

Ochiq ABT larning birinchi variantida berilgan topshiriq bo‘yicha amalga oshiriladi: tashqaridan kelayotgan buyruq – x_t larni ob’ektning “chiqish” kattaligi – y ning tegishlicha o‘zgarishiga keltiriladi (boshqaruvchi ta’sir – u ni o‘zgartirish yo‘li bilan). Bunda y va x_t kattaliklar o‘rtasidagi moslikning aniqligi tizim va qo‘zg‘alish parametrlarining doimiyligi bilan butkul aniqlanadai va nazorat qilinmaydi. Shuning uchun, bunday tizimlar amalda tizimning yuqorida aytilgan ish sharoitlari yuqori darajada stabil bo‘lganda va aniqlik talabi pastroq bo‘lganda yaroqli.

Ochiq ABT larning ikkinchi varianti - qo‘zg‘alaishlar bo‘yicha avtomatik boshqarish tizimi yoki avtomatik kompensatsiyalash tizimi deyiladi. Bunday tizimlar, boshqarish masalalari ob’ektning “chiqish” kattaligini o‘zgarmas holda ushlab turishdan iborat bo‘lgandagina qo‘llanadi.

Topshiriq beruvchi va qo‘zg‘atuvchi ta’sirlar bo‘yicha boshqarish sisitemasi ochiq ABT larning eng to‘liq ko‘rinishi hisoblanadi. Bu holda ob’ektni ikkita kattalik x_t va y ning funksiyasi sifatida ko‘riladi, ya’ni ochiq tizimlarning oldingi ikki varianti qo‘shiladi.

Qo‘zg‘ovchini kompensatsiyalash prinsipi ochiq ABT larda boshqarish aniqligini sezilarli ko‘taradi. Biroq, bu aniqlik juda ham baland bo‘lmaydi. Buning sabablari: kompensatsiyalash bilan tizimga ta’sir etuvchi qo‘zg‘ovchilarning hammasini (shu jumladan, boshqaruvchi qurilmaga ta’sir etayotgan) qamrab olib bo‘lmaydi; 2) vaqt o‘tishi bilan ob’ekt va boshqaruvchi qurilmaning parametrlari o‘zgarib turadi. Bu kompensatsiyalash parametrlariga ham tegishli. Kompensasiyalash zanjirining noaniqligi va o‘zgarib turishi ham ob’ektning “chiqish” kattaligini o‘zgartirib yuboradi. Aytilgan sabablarga ko‘ra, ochiq ABT lar boshqarish aniqligi bo‘lgan talablar baland bo‘lmagan hollardagina qo‘llanadi.

Berk ABT larda boshqaruvchi qurilmaning “kirish”iga topshiriq ta’siri x_t va “chiqish”iga y kattaligi beriladi. Boshqaruvchi qurilma x_t kattaligidan kelib chiqib, y ning talab etilgan qiymatini aniqlaydi va uning joriy qiymatini bilgan holda, ob’ektga ta’sir o‘tkazib, y va x_t larni bir-biriga muvofiqlashtirib turadi.

Bunday ABT da boshqaruvchi qurilma y ning, x_t talab etgan qiymatidan har qanday og‘ishini yo‘qotishga intiladi. Og‘ishni keltirib chiqargan sabalar, shuningdek, har qanday qo‘zg‘ovchilar, tashqi va ichki holatlar, tizim parametrlarining o‘zgarishlariga qarab o‘tirmaydi.

1.17,b-rasmdan ko‘rinadiki, bunday ABT ob’ekt va boshqaruvchi qurilmadan tashkil topgan berk konturdan iborat. Unda boshqaruvchi qurilma ob’ektning “chiqish” va “kirish” ini bog‘lab, teskari aloqa hosil qiladi.

Berk ABT lar yana “teskari aloqali tizim” yoki “og‘ishlar bo‘yicha boshqarish tizimsi” deb ham ataladi.

Bu tizimlar boshqarishning cheksiz aniqligini ta’minlay oladi va shuning uchun ABT larning asosiy turi deb hisoblanadi.

Qurama ABT lar og‘ishlar bo‘yicha berk boshqaruv tizimsi va tashqi ta’sirlar bo‘yicha ochiq boshqaruv tizimsini bitta tizimga birlashtiradi (1.17-rasm) va ob’ektning “chiqish” kattaligiga qandaydir qo‘zg‘ovchining ta’sirini kompensatsiyalaydi, berk tizimning vazifasini osonlashtiradi va shu bilan, uni soddalashtiradi va boshqarish aniqligini oshiradi.

Qurama tizimlarda ob’ekt va tashqi vaziyat haqidagi axborotlardan to‘liq foydalanilgani uchun ham boshqarish sifati ortadi.

Avtomatik rostlash tizimlari: stabillovchi tizimlar, dasturiy boshqarish tizimlari, qo‘zg‘atuvchi tizimlar. Avtomatik boshqaruv tizimlarining xususiy lekin, keng tarqalgan bu turi “Avtomatik rostlash tizimi” (ART) deyiladi. Uning vazifasi (masalasi) ob’ektning “chiqish” kattaligini berilgan daraja - x_t da saqlab turishdan, ya’ni $y = x_t$ ni ta’minlashdan iborat.

ART lar, ko‘rsatadigan ta’siriga qarab uch turga bo‘linadi: stabillovchi tizimlar, dasturiy boshqarish tizimlar va qo‘zg‘atuvchi tizimlar. Birinchisida topshiriq o‘zgarmaydi, ikkinchisida-avvaldan berilgan qonun bo‘yicha o‘zgaradi, uchinchisida ham o‘zgaradi, lekin o‘zgarish qonuni oldindan ma’lum bo‘lmaydi.

Uchinchisida topshiriq (ta’siri) tizimga tashqaridan keladi va tizimning vazifasi – ob’ektning “chiqish” kattaligini shunday kuzatishdan iborat-ki, natijada $y = x_t$ tenglab ushlab turilsin.

ART dagi boshqaruvchi qurilma “rostlagich” deb, “chiqish” kattaligi esa “rostlanuvchi kattalik ” deb ataladi.

Bir bog‘lanishli va ko‘p bog‘lanishli tizimlar. Boshqarish ob’ektining “chiqish” kattaligining “chiqish” koordinatalari (ular “chiqish” kattaligining vektorini tashkil qiladi) soniga qarab, ABT lar bir bog‘lanishli va ko‘p bog‘lanishli (ikki o‘lchamli va h.k) turlarga bo‘linadi.

Ko‘p bog‘lanishli ABT (ART) lar o‘z navbatida, “bog‘langan” va “bog‘lanmagan” boshqarish (rostlash) turlariga ajraladi.

“Bog‘lanmagan boshqarish tizimi” bir nechta boshqaruv qurilmasiga ega bo‘lib, har biri o‘ziga tegishli “chiqish” koordinatasini boshqaradi. Bunda boshqaruv qurilmalari bir-biriga bog‘lanmaydi.

“Bog‘langan boshqarish tizimi” da boshqaruvchi qurilmalar bir-biriga, tashqi bog‘lanishlar vositasida ulanadi.

Ko‘p bog‘lanishli boshqarish tizimsining tarkibiga kiradigan (bog‘langan va bog‘lanmagan) alohida boshqarish tizimsi “avtonom” deb hisoblanishi uchun, ob’ektning u boshqaradigan chiqish koordinatasi boshqa koordinatalarning qiymatiga qaram bo‘lmaydi, ya’ni boshqalarining o‘zgarishi, unisi (birinchisi) ni o‘zgartirmaydi.

Chiziqli va nochiziqli tizimlar. Noma’lum parametri birinchi darajada bo‘lgan (chiziqli) tenglamalar bilan ifodalangan tizim “chiziqli tizim” deyiladi. Darajasi ikki va undan ko‘p bo‘lgan tenglamalar bilan ifodalanganlari “nochiziqli tizim” deyiladi. Tizimni nochiziqli deb atash uchun tenglamalar tenglamasida bitta bo‘lsa ham nochiziqli tenglama bo‘lishi kifoya.

Chiziqli tizimlar uchun superpozisiya prinsipi xos. Buning ma’nosi shundan iboratki, tizimtashqi ta’sirlarning istalgancha kombinasiyasiga ko‘rsatgan qarshilik (reaksiyasi), har bir ta’sirga ko‘rsatilgan alohida-alohida reaksiyalar yig‘indisiga teng. Bu prinsipi tizimning istalgan bir ta’sirga reaksiyasini elementar namunaviy ta’sirga ko‘rsatadigan reaksiyasi orqali ifodalash imkonini beradi. Buning uchun muayyan ta’sirni tanlangan namunaviy ta’sirlar majmuasi ko‘rinishida ifodalash kifoya. Superpozisiya prinsipi tufayli istalgan tartibdan chiziqli differensial tenglamalar bilan ifodalangan chiziqli ABT larning umumiy nazariyasi ishlab chiqilgan.

Superpozisiya prinsipining nozichiqli tizimlarga nisbatan qo‘llab bo‘lmaydi. Bunday ABT lar uchun umumiy nazariyasi ishlab chiqarish imkonini beradigan nochiziqli differensial tenglamalarning umumiy nazariyasi ham yo‘q. Faqat, yuqori darajali ba’zi nochiziqli tenglamalarni yechishga yaroqli bir qancha xususiy usullargina mavjud. Shu bilan birga agar kirish ta’sirlarining o‘zgarish diapazonini cheklab qo‘yilmasa, hamma real ABT lar nochiziqli bo‘lib qoladi.

Statsionar va nostatsionar tizimlar. Parametrlari vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydigan tizim statsionar tizim deyiladi. Parmetrlari o‘zgarib turadaigan tizim - nostatsionar tizim deyiladi. Bunday tizimning differensial tenglamalari tizimsisidagi ba’zi koeffisientlar vaqt funksiyasi bo‘ladi. Bu ta’riflarga ko‘ra, statsionar tizimning bitta ta’sirga reaksiyasi ta’sir kuchga kirgan ongga bog‘liq bo‘lmaydi.

Uzluksiz va diskret tizimlar. Tizimni tashkil etuvchi bo‘g‘inlarning ish turiga qarab, ABT lar uzluksiz va diskret jarayonli bo‘ldai.

Uzluksiz tizimlarning bo‘g‘inlari uzluksiz ishlaydi, ya’ni “chiqish” kattaligi silliq o‘zgaradi, “kirish kattaligi ham shunday o‘zgarishi kerak.

Diskret tizim-shunday tizimki, hech bo‘lmaganda bitta bo‘g‘ini diskret tarzda ishlaydi. Diskret bo‘g‘in shunday bo‘g‘inki, hech bo‘lmaganda bitta bo‘g‘ini diskret tarzda ishlaydi, ya’ni sakrab-sakrab o‘zgaradi, hatto “kirish” kattaligi silliq o‘zgarsa ham.

Adaptiv va noadaptiv tizimlar. Adaptiv yoki o‘z-o‘zidan moslashuvchi tizim tashqi sharoitlarga moslashishi xususiyatiga ega bo‘ldai, shuningdek, tajriba orttirgani sari o‘z ishini yaxshilab boradi. Noadaptiv yoki oddiy tizimlar bunday xususiyatga ega emas. Ular jonli moslashishga sozlangan. Agar bunday tizimning ishlash sharoiti o‘zgarishi tufayli boshqarishning berilgan sifatini saqlab qolish maqsadidia tizimning sozini ham o‘zgartirish kerak bo‘lsa, bu ishni odam bajarishi lozim. Tizim adaptiv bo‘lgan holda bu ishni boshqaruv qurilmasining o‘zi avtomatik tarzda bajaradi.

Adaptiv ABT larni qo‘llash sohasi – bu ishlash xususiyatlari va sharoitlari yetarlicha aniq bo‘lmagan yoki jiddiy beqaror bo‘lgan ob’ektlarni boshqarishdan iborat. Bunday sharoitda oddiy adaptiv tizim yo qoniqoarsiz ishlaydi yoki doimiy nazoratni talab qiladi.

Nazorat savollari

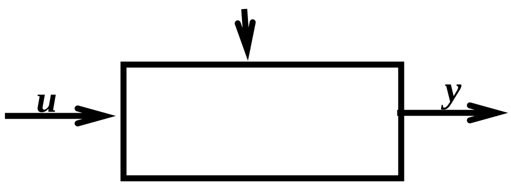
1. ABN qanday fanlar qatoriga kiradi?
2. ABNning uslubiyot asoslarini nimalar tashkil etadi?
3. Sanoatda qo‘llanilishi mumkin bo‘lgan eng birinchi avtomatik rostlagichlar qachon va kimlar tomonidan yaratilgan?
4. Ushbu fanni rivojlanishiga o‘zlarini hissalarini qo‘shgan Yevropa va o‘zbekistonlik olimlardan kimlarni bilasiz?
5. Avtomatik va avtomatlashtirilgan boshqarish tizimlarini tushuntiring va ular orasidagi farqni ayting.
6. Avtomatik boshqarish tizimi deb nimaga aytiladi?
7. Ta’sir, g‘alayon, signal, obyekt, qurilma kabi iboralarni tushuntiring.
8. Avtomatik boshqarish tizimlarida qanday sxemalardan foydalaniladi va ularni tushuntiring?
9. Boshqarishning qanday fundamental prinsiplarini bilasiz?
10. Kompensatsiyalash (g‘alayon bo‘yicha boshqarish) prinsipi bilan teskari aloqa (og‘ish) prinsiplari orasida qanday farq bor?
11. Avtomatik boshqarish tizimlar asosiy sinfiy belgilariga ko‘ra qanday turlarga bo‘linadi?
12. Ochiq, berk va kombinirlashgan tizimlarning bir-biridan asosiy farqini tushuntiring.
13. Avtomatik rostlash tizimlari (stabillovchi tizimlar, dasturiy boshqarish tizimlari, qo‘zg‘atuvchi tizimlar) ning vazifasi qanday?
14. Bir bog‘lanishli va ko‘p bog‘lanishli tizimlar deb nimaga aytiladi?
15. Chiziqli va nochiziqli tizimlar deb qanday tizimlarga aytiladi?
16. Statsionar va nostatsionar tizimlar deb qanday tizimlarga aytiladi
17. Uzluksiz tizimlarning diskret tizimlardan farqi nimada?
18. Adaptiv tizimlar deb nimaga aytiladi?

II- MODUL.
AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING MATEMATIK IFODASI

2.1. Dinamika va sitatika tenglamalari. Chiziqlantirish

Avtomatik boshqarish tizimlarini tadqiq etish va ishlab chiqishning ma’lum bir bosqichida tizimda kechadigan jarayonlar matematik tilda ifodalanadi. Bunday ifoda analitik (tenglamalar), grafik (grafiklar, sxemalar, graflar, diagrammalar) va jadval ko‘rinishlarida bo‘lishi mumkin.

Avtomatik boshqarish tizimlarining tenglamalari (shuningdek, strukturaviy sxemalari) *matematik model* deb ataladi. Bunday nomlanishining sababi, fizik jarayonlarni matematik ifodalar (tenglamalar) bilan ifodalashda qandaydir terminlar va farazlarga yo‘l qo‘yiladi. Bitta tizimning matematik modeli tadqiqot maqsadiga qarab har xil ko‘rinishga ega bo‘lishi mumkin.



2.1-rasm.

Boshqarish tizimi va uning istalgan bir elementi kirish signali $x(t)$ ni chiqish signali $y(t)$ ga aylantiradi. Matematik nuqtai nazardan ular quyidagi tenglamada aks ettiriladi:

$$y(t) = Ax(t).$$

Bu tenglamaga ko‘ra, kirish signali $(x(t) \in X)$ ga oid X to‘plamdan har bir $x(t)$ elementga chiqish signallari $[y(t) \in Y]$ ga oid Y to‘plamdagi ma’lum bir element $y(t)$ ga mos deb belgilanadi. Tenglamada keltirilgan A – *operator* deb ataladi. Boshqarish tizimining kirish va chiqish signallari (elementlari) o‘rtasidagi muvofiqlikni belgilaydigan operator, shu *tizimning operatori* deyiladi. Tizimning operatorini berish – shu tizimning chiqish signalini, kirish signali bo‘yicha aniqlash qoidasini berish demakdir.

Uzluksiz boshqarish tizimlarini differensial tenglamalar yordamida matematik ifodalashni ko‘rib chiqamiz. Ko‘p hollarda zveno va tizimlar ixtiyoriy tartibda nochiziqli differensial tenglamalar bilan ifoda etiladi. Bu erda zveno so‘zi ostida elementning matematik modeli tushuniladi. Misol uchun, bitta zvenoni olib ko‘ramiz (2.1-rasm), uni ikkinchi darajali differensial tenglama bilan ifoda etish mumkin

$$F(y,\dot{y},\ddot{y},u,\dot{u}) + f = 0, \tag{2.1}$$

bu yerda: y – chiqish kattaligi; u, f – kirish kattaliklari; $\dot{y},\dot{u}$ – vaqt bo‘yicha birinchi tartibli hosilalar; $\ddot{y}$ – vaqt bo‘yicha ikkinchi tartibli hosila.

Ixtiyoriy kirish ta’sirlari bo‘lgan zvenoda jarayonlarni aks ettirgan (2.1) tenglamani *dinamika tenglama* deb ataladi. Faraz qilaylik kirish kattaliklari $u = u^0$ va $f = f^0$ o‘zgarmas bo‘lganda, zvenodagi jarayon vaqt o‘tishi bilan muvozanatlashadi va chiqish kattaligi o‘zgaramas qiymat $y = y^0$ qabul qiladi. Shundan (2.1) ni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$F = (y^0, 0, 0, u^0, 0) + f^0 = 0. \tag{2.2}$$

Bu tenglama statik yoki muvozanatlashgan rejimlarni aks etiradi va *statika tenglamasi* deb ataladi.

Statik tavsiflardan foydalanib statik rejimni grafik ko‘rinishda aks etirishimiz mumkin. Zveno yoki element (shuningdek, tizim) ning *statik tavsifi* deganda chiqish kattaligining kirish kattaligiga statik rejimdagi bog‘liqligi tushuniladi.

Chiziqlantirish. Avtomatik tizimlar, odatda nochiziqli differensial tenglama bilan ifoda etiladi. Lekin, ko‘p hollarda chiziqli ko‘rinishga keltirish mumkin, ya’ni dastlabki nochiziqli tenglamalarni tizimdagi jarayonlarni taxminiy aks ettiradigan chiziqli tenglamalar bilan almashtirish mumkin. Nochiziqli tenglamalarni chiziqli tenglamalarga o‘zgartirish – *chiziqlantirish* yoki *chiziqli holatga keltirish* deyiladi.

Avtomatik tizimlarda berilgan rejim saqlanib turishi lozim, shunda tizim zvenolarining kirish va chiqish kattaliklari ma’lum bir qonuniyat bilan o‘zgaradi. Xususan, stabillovchi tizimlarda ma’lum o‘zgarmas qiymatlar qabul qilinadi. Biroq, turli g‘alayon ta’sirida amaldagi rejim talab etilgan (oldindan berilgan) rejimdan farq qiladi, shuning uchun kirish va chiqish kattaliklarining joriy qiymatlari berilgan rejim qiymatlariga teng bo‘lmaydi. Normal ishlaydigan avtomatik tizimlarda amaldagi rejim talab etilgan rejimdan biroz farq qiladi, zvenolarning kirish va chiqish kattaliklari ham talab etilgan qiymatlardan ham biroz farqlanadi. Aynan shu holat, tenglamalarga kirgan nochiziqli funksiyalarni Teylor qatoriga ajratib, chiziqlantirish amalini bajarish imkoniyatini beradi. Bu ishni zvenolar bo‘yicha bajarish mumkin.

2.1-misol. Yuqorida bayon etilganlarni (2.1) tenglamada aks etgan zveno misolida ko‘rib chiqamiz.

Quyidagi rejim berilgan bo‘lsin:

$$u = u^*;\quad \dot{u} = \dot{u}^*;\ f = f^*;\quad y = y^*;\ \dot{y} = \dot{y}^*;\ \ddot{y} = \ddot{y}^*, \tag{2.3}$$

$u,\ f$ va y larga tegishli real qiymatlarning talab etilgan qiymatlaridan og‘ishini $\Delta u,\ \Delta f$ va Δy bilan belilaymiz, ya’ni

$$\Delta u = u - u^*;\ \Delta f = f - f^*;\ \Delta y = y - y^*.$$

Shunda quyidagi tenglamani olish mumkin:

$$u = u^* + \Delta u;\ \dot{u} = \dot{u}^* + \Delta\dot{u};\ f = f^* + \Delta f;\ y = y^* + \Delta y;\ \dot{y} = \dot{y}^* + \Delta\dot{y};\ \ddot{y} = \ddot{y}^* + \Delta\ddot{y}.$$

Bu ifodalarni (2.1) ga qo‘yamiz va F ni mustaqil o‘zgaruvchi – $u, \dot{u}, y, \dot{y}$ va $\ddot{y}$ larning funksiyasi deb qabul qilib, uni (2.3) nuqtada Teylor qatoriga yoyamiz va yuqori darajali kichik hadlarni tashlab yuboramiz. Unda (2.1) ifodaning ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{gathered} F^* + (\partial F/\partial y)^* \Delta y + (\partial F/\partial \dot{y})^* \Delta\dot{y} + (\partial F/\partial \ddot{y})^* \Delta\ddot{y} + (\partial F/\partial u)^* \Delta u + \\ + (\partial F/\partial \dot{u})^* \Delta\dot{u} + f^* + \Delta f = 0. \end{gathered} \tag{2.4}$$

Bunda ifodalar tepasidagi yulduzchalar – tegishli funksiyalar va hosilalar (2.3) formula bo‘yicha aniqlangan argument qiymatlari bilan hisoblab topilishini bildiradi. Tizimda berilgan rejim o‘rnatilganda, (2.1) tenglama $F^* + f^* = 0$ ko‘rinishiga keladi. Bu tenglamani (2.4) dan ayirib tashlab, zvenoning og‘ishlar bilan ifodalangan tenglamasini topamiz:

$$a_0\Delta\ddot{y} + a_1\Delta\dot{y} + a_2\Delta y - b_0\Delta u - b_1\Delta u - c_0\Delta f = 0. \tag{2.5}$$

Bunda $a_0 = (\partial F/\partial \ddot{y})^*;\ a_1 = (\partial F/\partial \dot{y})^*;\ a_2 = (\partial F/\partial y)^*;$

$$b_0 = -(\partial F/\partial \dot{u})^*;\ b_1 = -(\partial F/\partial u)^*;\ c_0 = -1.$$

Agar vaqt t dastabki tenglama (2.1)ga aniq kirmasa va bundan tashqari, berilgan rejim statik, ya’ni y^*, u^* va f^* vaqtga bog‘liq bo‘lmasa, chiziqlantirilgan tenglama (2.5)ning koeffitsientlari o‘zgarmas (doimiy) bo‘ladi.

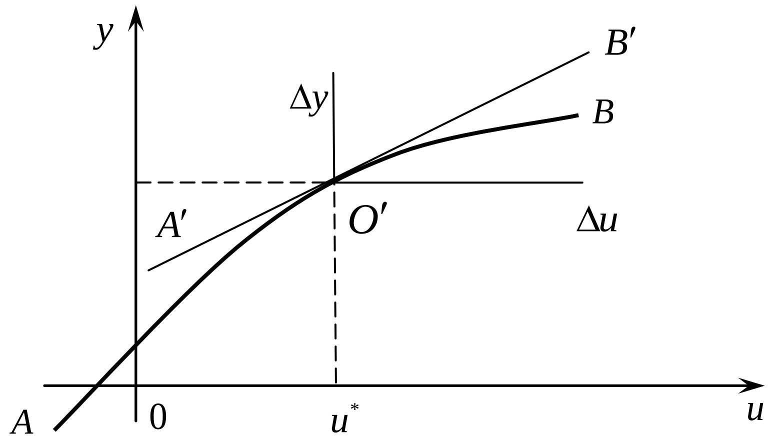
Chiziqli tenglamalar bilan bayon etiladigan zvenolar va tizimlar *chiziqli zvenolar* va *chiziqli tizimlar* deb ataladi.

(2.5) tenglama quyidagi farazlar bilan keltirib chiqarilgan:

1) chiqish Δy va kirish Δx og‘ishlari etarlicha kichkina;

2) funksiya F, berilgan rejimga mos keladigan nuqtalar atrofida o‘zining hamma argumentlari bo‘yicha uzluksiz xususiy hosilalarga ega.

Ko‘pincha, zvenoning tenglamasiga kiruvchi alohida o‘zgaruvchilar orasidagi nochiziqli bog‘lanish egri chiziq ko‘rinishida beriladi. Bunday hollarda chiziqlantirishni grafik usulida bajarish mumkin.



2.2-rasm. ***Ikkita o‘zgaruvchi orasidagi nochiziqli bog‘lanishni geometrik chiziqlantirish.***

Ikkita o‘zgaruvchi orasida nochiziqli bog‘lanishni geometrik chiziqlantirish (2.2-rasm) dastlabki egri chiziq AB ni O' nuqtada o‘tkazilgan urinmasining $A'B'$ kesmasi bilan almashtirishdan iborat. Bunda O' nuqta berilgan rejimga mos keladi va koordinata boshi shu nuqtaga parallel ko‘chiriladi.

2.2. Laplas almashtirishi va uning xossalari

Chiziqli differensial tenglamalarni yechimini olish maqsadida samarali va bevosita yetakchi bo'lgan tatbiqiy matematik tahlilning operatsion hisoblash usullaridan foydalaniladi.

Laplas almashtirishi haqiqiy o'zgaruvchili funksiyani (shu jumladan vaqt funksiyasi) kompleks o'zgaruvchili funksiyaga o'zgartiriladi. Laplas almashtirishi differensial va integral tenglamalar o'rniga algebraik tenglamalardan foydalanishga imkon beradi, ya'ni differensiallash va integrallash operatsiyalari ko'paytirish va bo'lish operatsiyalari bilan almashtiriladi. Bundan tashqari, differensial tenglamalarning operator shaklida yozilishi vaqt sohasidan chastota sohasiga o'tishni yengillashtiradi. Avtomatik rostlash tizimlarini hisoblashda esa chastotaviy usullardan keng foydalaniladi.

Quyidagi integral yordamida haqiqiy o'zgaruvchi «t» ga ega bo'lgan $f(t)$ funksiyasini kompleks o'zgaruvchi «p» ga ega bo'lgan $F(p)$ funksiyaga almashtirishga *Laplas almashtirishi* deyiladi

$$F(p) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt,$$

bu yerda, $f(t)$ – original, $F(p)$ – tasvir, p – kompleks o'zgaruvchi.

Chiziqlilik xossasi.

$$L\{f_1(t) + f_2(t)\} = F_1(p) + F_2(p),$$

$$L\{kf(t)\} = kF(p).$$

Originalni differensiallash va integrallash xossasi.

$$L\{f^{(n)}(t)\} = p^n F(p) - \sum_{i=1}^{n} p^{n-i} f^{(i-1)}(0),$$

$$L\{f^{(-n)}(t)\} = \frac{F(p)}{p^n} + \sum_{i=1}^{n} \frac{f^{(-i)}(0)}{p^{n-i+1}},$$

bu yerda $f^{(-n)} = \int \ldots \int f(t)(dt)^n$.

Laplas teskari almashtirishi.

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\} = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} F(p)e^{pt}dp.$$

bu yerda, L^{-1} – Laplas teskari almashtirishi.

2.1-jadval

$f(t)$ ning originali	$F(p)$ ning tasviri	$f(t)$ ning originali	$F(p)$ ning tasviri
$1(t)$	$\frac{1}{p}$	$\cos\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}$	$\frac{1}{p^n}$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$\frac{1}{\omega}\mathrm{sh}\,\omega t$	$\frac{1}{p^2+\omega^2}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$	$\mathrm{ch}\,\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$
$te^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p+\alpha)^2}$	$e^{-\alpha t}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$e^{-\alpha t}\cos\omega t$	$\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$

Differensial yoki integral tenglamalarni operatsion hisoblash yordamida yechishdan maqsad – algoritmi moddiy o‘zgaruvchi funksiyani kompleks o‘zgaruvchili funksiyaga almashtirish, kompleks o‘zgaruvchili sohada yechimlarni izlash va nihoyat teskari, ya’ni topilgan yechimni kompleks o‘zgaruvchili sohadan moddiy o‘zgaruvchili sohaga almashtirishdan iborat.

Amalda ishni osonlashtirish maqsadida har safar Laplas almashtirish operatsiyasini bajarmay, ko‘p uchraydigan funksiyalarning tasvir va originallari hisoblangan jadvaldan foydalanish ancha qulay (2.1-jadval).

Keltirilgan jadvaldan teskari tartibda, ya’ni ma’lum $F(p)$ tasvir bo‘yicha tegishli $f(t)$ originalni topish uchun foydalanish ham mumkin.

2.3. Uzatish funksiyasi

ABTlarni kirish va chiqish kattaliklari orasida o‘zaro o‘rnatilgan aloqasini quyidagi differensial tenglama ko‘rinishida ifodalash mumkin:

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+...+a_n y(t)=$$
$$=b_0\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+...+b_m x(t)+c_0 f(t), \tag{2.6}$$

bu yerda, $x(t)$, $f(t)$ – elementning kirish kattaliklari; $y(t)$ – elementning chiqish kattaligi; a_i, b_i – tenglamaning koeffitsiyentlari.

(2.6) tenglamani operator formada yozishimiz mumkin. Ushbu formada yozish uchun differensiallash operatsiyasini o‘rniga qisqartirilgan shartli belgilash kiritamiz: $\frac{d}{dt}=p$. Mos ravishda *k*-chi tartibli hosila $\frac{d^k}{dt^k}=p^k$ belgilanadi. Unda (2.6) tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozishimiz mumkin:

$$a_0 p^n y(t)+a_1 p^{n-1}y(t)+...+a_n y(t)=$$
$$=b_0 p^m x(t)+b_1 p^{m-1}x(t)+...+b_m x(t)+c_0 f(t)$$

yoki

$$(a_0 p^n+a_1 p^{n-1}+...+a_n)y(t)=$$
$$=(b_0 p^m+b_1 p^{m-1}+...+b_m)x(t)+c_0 f(t). \tag{2.7}$$

(2.7) tenglamaga quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$D(p)=a_0 p^n+a_1 p^{n-1}+...+a_n. \tag{2.8}$$

(2.8) tenglama chiqish kattaligining differensiallash operatori *xususiy* yoki *xarakteristik operator* deb nomlanadi. Elementning xususiy harakati, ya’ni tashqi ta’sirlar bo‘lmagandagi harakati ko‘phadni tavsiflagani uchun uni shartli nomlanadi.

$$K_1(p)=b_0 p^m+b_1 p^{m-1}+...+b_m,\;\; K_2(p)=c_0. \tag{2.9}$$

(2.9) tenglama kirish kattaligining differensiallash operatorlari *kirish, g‘alayon operatorlari* deb nomlanadi.

Unda (2.7) tenglama quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$D(p)y(t)=K_1(p)x(t)+K_2(p)f(t).$$

Differensial tenglamani boshqacha tatbiq qilingan formada yozish Laplas almashtirishini qo‘llashga asoslangan. Differensial tenglamaga Laplas almashtirishini qo‘llashda tashqi ta’sir bo‘lgunga qadar tizim tinch holatda deb hisoblanadi va barcha boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘ladi,

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n) y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_m) x(p) .$$

Uzatish funksiyasi $W(p)$ deb – boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda chiqish signalining Laplas tasvirini kirish signalining Laplas tasviri nisbatiga aytiladi.

$$W(p) = \left. \frac{y(p)}{x(p)} \right|_{t=0} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n} . \qquad (2.10)$$

yoki

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)},$$

bu yerda $K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m$ - m darajali ko‘phad;

$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n$ - n darajali ko‘phad.

Odatdagi differensial tenglamalar bilan yoziluvchi real elementlar uchun (2.10) tenglama suratidagi ko‘phad darajasi maxrajidagi ko‘phad darajasidan kichik yoki teng bo‘lishi kerak, ya’ni $m \leq n$ shart bajarilishi kerak. Uzatish funksiyasining barcha koeffitsiyentlari – element parametrlarini tavsiflovchi haqiqiy sonlardir.

Tartibi yuqori bo‘lmagan (n<3) uzatish funksiyasi bilan yoziluvchi elementlar uchun *standart formada* uzatish funksiyasini yozish qabul qilingan. Shuning uchun uzatish funksiyasi shunday yoziladiki, maxrajining erkin hadlari a_n birga teng bo‘lsin. Suratining erkin hadlari b_m uzatish koeffitsiyentiga teng bo‘ladi va uni qovusdan tashqariga chiqaziladi

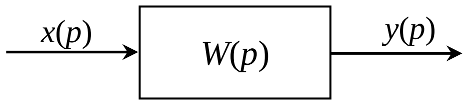
$$W(p) = \frac{k(b_0^* p^m + b_1^* p^{m-1} + \ldots + b_{m-1}^* p + 1)}{a_0^* p^n + a_1^* p^{n-1} + \ldots + a_{n-1}^* p + 1}, \text{ bu yerda } k = \frac{b_m}{a_n} .$$

Uzatish funksiyasi bir necha kompleks o‘zgaruvchi $p = \alpha \pm j\beta$ funksiya hisoblanadi. O‘zgaruvchi $p$ning qiymatlari uzatish funksiyasi nolga aylansa, *nollari* deyiladi, cheksizga aylansa uzatish funksiyasining *qutblari* deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, uzatish funksiyasining sur’at ildizlari uzatish funksiyasining *nollari*, maxraj ildizlari esa uzatish funksiyasining *qutblari* deyiladi.

(2.10) tenglamaga muvofiq zveno yoki tizimning chiqish signalini quyidagicha yozish mumkin:

$$y(p) = W(p) \cdot x(p). \tag{2.11}$$

Endi zveno yoki tizimning uzatish $W(p)$ funksiyasi bilan o‘tkinchi funksiyasi $h(t)$ hamda impulsli o‘tkinchi funksiyasi $\omega(t)$ orasidagi bog‘lanishni ko‘rib chiqamiz (2.3-rasm).



2.3-rasm.

a) Agar kirish signali $x(t) = 1(t)$ bo‘lsa, unda uning Laplas tasviri $L\{x(t)\} = \dfrac{1}{p}$ bo‘ladi. (2.11) formulaga muvofiq chiqish signalining Laplas tasviri $y(p) = W(p) \cdot \dfrac{1}{p}$ ga teng bo‘ladi. Bundan originalga o‘tsak $y(t) = h(t) = L^{-1}\left\{W(p) \cdot \dfrac{1}{p}\right\}$ bo‘ladi.

Demak, o‘tkinchi funksiya $h(t)$ bilan uzatish funksiyasi $W(p)$ bir ma’noli bog‘langan ekan.

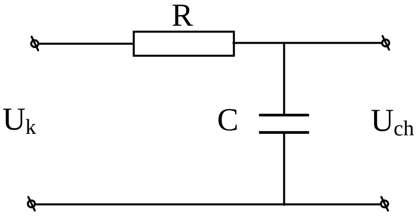
b) Agar $x(t) = \delta(t)$ bo‘lsa, unda $L\{x(t)\} = 1$ bo‘ladi. (2.11) formulaga muvofiq chiqish signalining Laplas tasviri $y(p) = W(p)$ bo‘lib, uning originali impulsli o‘tkinchi funksiyasi bo‘ladi, ya’ni $y(t) = \omega(t) = L^{-1}\{W(p)\}$.

Demak, impulsli o‘tkinchi funksiya $\omega(t)$ uzatish funksiyasining originali ekan.

Endi uzatish funksiyasining mohiyatini aniq misolda ko‘rib chiqamiz.

2.2-misol. RC zanjiri berilgan bo‘lsin (2.11-rasm). Ushbu zanjirning uzatish funksiyasi $W(p)$ ni toping.

Yechish:



2.11-rasm.

$$U_k(t) = R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \cdot \frac{di(t)}{dt} \ ,$$

$$U_{ch}(t) = \frac{1}{C} \cdot \frac{di(t)}{dt} \ ,$$

$$U_k(p) = R \cdot I(p) + \frac{I(p)}{Cp} \ ,$$

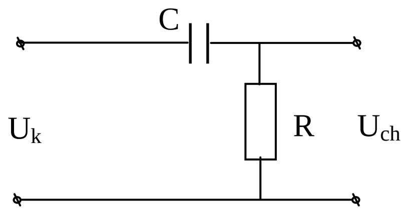
$$U_{ch}(p) = \frac{I(p)}{Cp} \ ,$$

$$W(p) = \frac{U_{ch}(p)}{U_k(p)} = \frac{\frac{1}{Cp} \cdot I(p)}{(R + \frac{1}{Cp}) \cdot I(p)} = \frac{1}{RCp+1} = \frac{1}{Tp+1} \ ,$$

bu yerda, $T = RC$ – vaqt doimiyligi.

2.3-misol. *RC* zanjiri berilgan bo‘lsin (2.5-rasm). Ushbu zanjirning uzatish funksiyasi $W(p)$ni toping.

Yechish:



2.5-rasm.

$$U_k(t) = \frac{1}{C} \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) \ ,$$

$$U_{ch}(t) = R \cdot i(t) \ ,$$

$$U_k(p) = \frac{I(p)}{Cp} + R \cdot I(p),$$

$$U_{ch}(p) = R \cdot I(p)$$

$$W(p) = \frac{U_{ch}(p)}{U_k(p)} = \frac{R \cdot I(p)}{\left(\frac{1}{Cp} + R\right) \cdot I(p)} = \frac{RCp}{RCp+1} = \frac{Tp}{Tp+1} \ ,$$

bu yerda, $T = RC$ – vaqt doimiyligi.

2.4-misol. $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 4\dot{x} + 5x$ chiziqli tenglamani uzatish funksiyasi ko‘rinishida ifodalang va uni MATLAB muhitida kiriting hamda nol-qutb formasida modelini quring.

Yechish: Yuqoridagi chiziqli tenglamani operator ko‘rinishida quyidagicha yozish mumkin:

$$(p^2+2p+3)y=(4p+5)x \quad \text{yoki} \quad D(p)y=K(p)u$$

bu yerda $x(t)$ – kirish signali, $y(t)$ – chiqish signali, $p=\dfrac{d}{dt}$ – differensiallash operatori, $D(p)=p^2+2p+3$ va $K(p)=4p+5$ – operator polinomlar.

Yuqorida keltirilgan tenglamadan zvenoning uzatish funksiyasi

$$W(p)=\frac{4p+5}{p^2+2p+3}$$

ga teng.

MATLAB muhitida uzatish funksiyasi *s* kompleks o‘zgaruvchidan ikki ko‘phad (polinomlar) munosabatlari ko‘rinishida kiritiladi. Polinomlar darajasi *kamayish* bo‘yicha yozilgan massiv koeffitsiyentlari kabi saqlanadi, ya’ni

$$F(s)=\frac{4s+5}{s^2+2s+3}.$$

Unda uzatish funksiyasi MATLAB muhitida quyidagi ko‘rinishda kiritiladi:

```
>> n = [4 5]
     n =
        4    5
>> d = [1 2 3]
     d =
        1.0000    2.000    3.000
>> f = tf ( n, d )
     Transfer funksion:
       4 s + 5
     --------------
     s^2 + 2 s + 3
```

yoki birdaniga, surat va maxrajlari dastlab qurilmasdan:

>> f = tf ([4 5], [1 2 3]);

Xotirada uzatish funksiyasi tavsiflovchi **tf** obyekt sinfi yaratiladi. Buyruq oxiridagi nuqtali vergul natijani ekranga ko‘rsatadi.

«Nol-qutb» formasida uzatish funksiyasi modelni oson qurish mumkin.

>> f_zpk = zpk(f)

Zero/pole/gain:

4 (s+1.25)

(s^2 + 2s + 3)

Ushbu funksiya $s = -1.25$ nuqtada bitta nol hamda $s = -1 \pm 1.4142i$ nuqtalarda ikkita qutbga ega.

2.4. Avtomatik boshqarish tizimlarining vaqt xarakteristikalari

ABTda vaqt xarakteristikalari muhim rol o‘ynaydi. Vaqt xarakteristikalariga o‘tikinchi va impulsli o‘tkinchi (vazn) funksiyalar hamda ularning grafiklari kiradi.

Boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda tizim (zveno)ning birlik pog‘onali ta’sirdan olgan reaksiyasiga *o‘tkinchi funksiya* deyiladi va $h(t)$ bilan belgilanadi.

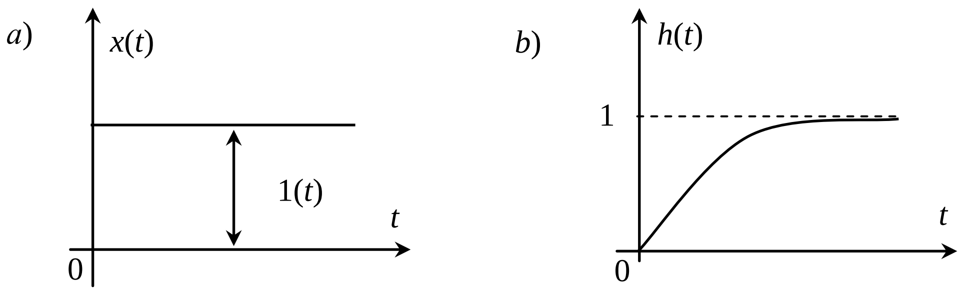
Birlik pog‘onali ta’sir quyidagi funksiya bilan ifodalanadi (2.6,*a*-rasm):

$$1(t) = \begin{cases} 1, \text{ agar } t \geq 0, \\ 0, \text{ agar } t < 0. \end{cases}$$

Birlik pog‘onali ta’sirning Laplas tasviri quyidagicha:

$$L\{A \cdot 1(t)\} = A\frac{1}{p}.$$

O‘tkinchi funksiyaning grafigi, ya’ni $h(t)$ funksiyani vaqt t ga bog’liqlik egri chizig‘iga *o‘tkinchi xarakteristika* deyiladi (2.6,*b*-rasm).



2.6-rasm. ***Birlik pog‘onali ta‘sir (a) va undan olingan o‘tkinchi (b) xarakteristikalar.***

Boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda tizim (zveno)ning birlik impulsli ta’sirdan olgan reaksiyasiga *impulsli o‘tkinchi* yoki *vazn funksiyasi* deyiladi va $\omega(t)$ bilan belgilanadi.

Vazn funksiyasini aniqlashda birlik impuls tushunchasidan foydalaniladi. Birlik impulsni fizik jihatdan birlik yuza bilan chegaralangan juda tor impuls deb tasavvur etish mumkin. U matematik jihatdan $\delta(t)$ bilan ifodalanadi va *delta funksiya* deb nomlanadi. Delta funksiya umumlashgan funksiya hisoblanadi. Umumlashgan funksiya nazariyasi funksiyanal taxlilning yangi bo’limi bo’lib, u bu yerda ko’rilmaydi. Faqat shuni aytish mumkinki, umumlashgan funksiya doirasida ixtiyoriy tartibli hosilalar ko’rinishidagi funksiya ifodalarini uchratamiz. Xususiy holda birlik funksiyaning hosilasi delta funksiyaga tengdir, ya’ni

$$1'(t) = \delta(t). \tag{2.12}$$

Delta funksiyani matematik ifodasini keltiramiz (2.7,*a*-rasm)

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, \text{ agar } t = 0, \\ 0, \text{ agar } t \neq 0. \end{cases}$$

Bundan quyidagini aniqlash mumkin:

$$\int_0^\infty \delta(t)dt = 1.$$

Impulsli signalning Laplas tasviri: $L\{\delta(t)\} = 1$.

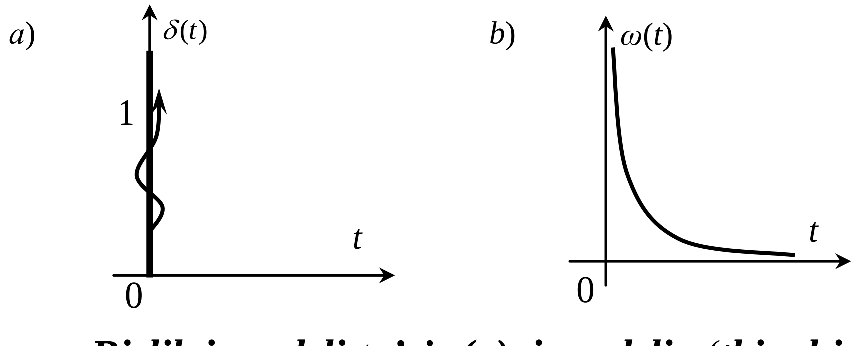
(2.12) ifodadan chiziqli zvenolarning o’tkinchi va vazn funksiyalari orasida quyidagi bog’liqlik aniqlash mumkin

$$h'(t) = \omega(t)$$

yoki

$$h(t) = \int_0^t \omega(t)dt.$$

Impulsli o‘tkinchi funksiyaning grafigi *impulsli o‘tkinchi (vazn) xarakteristika* deyiladi (2.7,*b*-rasm).



2.7-rasm. ***Birlik impulsli ta’sir (a), impulsli o‘tkinchi (vazn) xarakteristikasi (b).***

2.5. Avtomatik boshqarish tizimlarining chastotaviy xarakteristikalari

Chiziqli statsionar tizimlarni tasvirlashda chastotali xarakteristikalar juda muhim rol o‘ynaydi. Chastotaviy xarakteristikalar elementlarning uzatish xususiyatlari bilan ifodalanadi. Elementning chastotaviy xarakterisikalarini bilgan holda istalgan chastotalardagi garmonik ta’sirlarda, shuningdek turli chastotalardagi garmonik ta’sirlar yig‘indisida uning reaksiyasini aniqlashimiz mumkin. ABN va amaliyotida chastotaviy xarakteritikalardan keng foydalaniladi.

Uzatish funksiyasining ta’rifiga ko‘ra

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n}.$$

Uzatish funksiyasi $W(p)$ dan $p = j\omega$ bilan almashtirish orqali $W(j\omega)$ funksiya olinadi va uni *chastotaviy uzatish funksiyasi* deyiladi

$$W(j\omega) = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \ldots + b_{m-1} (j\omega) + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \ldots + a_{n-1} (j\omega) + a_n}.$$

Chastotaviy uzatish funksiyasi $W(j\omega)$ chastota deb ataluvchi haqiqiy o‘zgaruvchi «ω» ga bog‘liq bo‘lgan kompleks funksiyadir.

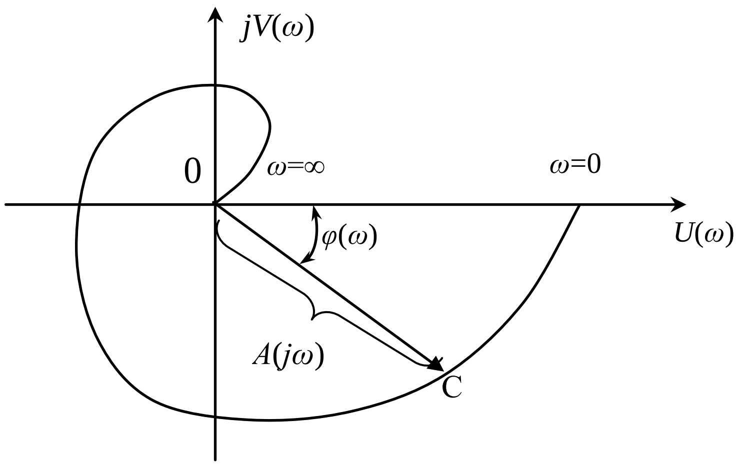
$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ – algebraik ko‘rinishi;

$W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$ – darajali ko‘rinishi;

$W(j\omega) = A(\omega)\cos\varphi(\omega) + jA(\omega)\sin\varphi(\omega)$ – trigonometrik ko‘rinishi, bu yerda, $U(\omega)$ – haqiqiy qism; $V(\omega)$ – mavhum qism; $A(\omega)$ - amplituda; $\varphi(\omega)$ – faza.

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}; \varphi(\omega) = arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}.$$

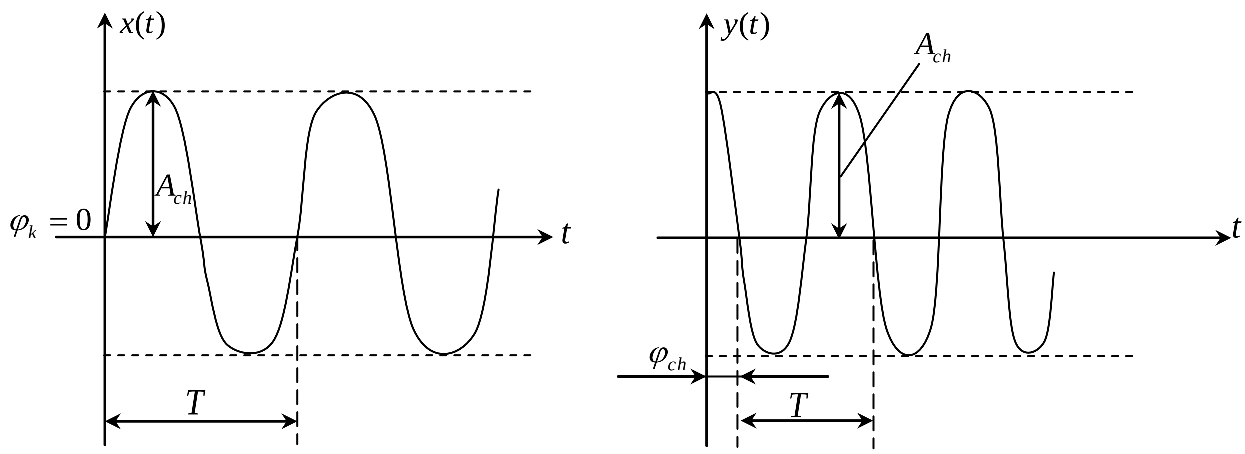
Kompleks tekisligida $W(j\omega)$ funksiyasini $\overrightarrow{OC}$ vektor orqali ifodalash mumkin. Bu vektorning uzunligi chastotali uzatish funksiyasining amplitudasi «A»ga vektorning haqiqiy musbat o‘q bilan hosil qilgan burchagi fazasi «φ»ga teng bo‘ladi (2.8-rasm).



2.8-rasm. ***Amplituda-fazali xarakteristika.***

Chastota noldan cheksiz (0<ω<∞) oraliqda o‘zgarganda $\overrightarrow{OC}$ vektorning kompleks tekisligida chizgan egri chizig‘iga *amplituda-fazali xarakteristika* (AFX) deyiladi yoki boshqacha qilib aytganda AFX deb kompleks tekisligida chastotaning o‘zgarishiga qarab amplituda va fazaning o‘zgarishiga aytish mumkin (2.8-rasm).

Chastotali uzatish funksiyasining *amplitudasi* chiqish signalining amplitudasini kirish signalining amplitudasiga nisbatan necha marotaba kattaligini ko‘rsatadi. Chastotali uzatish funksiyasining moduli amplitudani beradi, ya’ni $A(\omega) = |W(j\omega)| = \dfrac{A_{ch}(\omega)}{A_k(\omega)}$; chastotali uzatish funksiyasining argumenti chiqish va kirish signallari orasidagi burchak siljishini ko‘rsatadi, ya’ni $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ (2.9-rasm).



2.9-rasm. ***Faza chastotaviy xarakteristika.***

$$W(j\omega)=\frac{y(j\omega)}{x(j\omega)}=\frac{A_{ch}(\omega)e^{j[\omega t+\varphi_{ch}(\omega)]}}{A_k(\omega)e^{j[\omega t+\varphi_k(\omega)]}}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

bu yerda $A(\omega)=\frac{A_{ch}(\omega)}{A_k(\omega)}$; $\varphi(\omega)=\varphi_{ch}(\omega)-\varphi_k(\omega)$ bo‘ladi.

Yuqoridagilardan kelib chiqqan holda barcha chastotaviy xarakteristikalarning ifodasi va qisqartmalarini keltirib o‘tamiz:

$W(j\omega)$ – amplituda fazaviy xaraketistika (AFX);

$U(\omega)$ – haqiqiy chastotaviy xarakteristika (HChX);

$V(\omega)$ – mavhum chastotaviy xarakteristika (MChX);

$A(\omega)$ – amplituda chastotaviy xarakteristika (AChX);

$\varphi(\omega)$ – faza chastotaviy xarakteristika (FChX).

Bu xarakteristikalarning hammasi oddiy chiziqli masshtabda chiziladi.

Yuqorida keltirilgan chastotaviy xarakteristikalardan tashqari yana logarifmik chastotaviy xarakteristikalar (LChX) ham mavjud. Ularga logarifmik amplituda chastotaviy xarakteristika va logarifmik faza chastotaviy xarakteristikalar kiradi.

Tizimning chastotaviy xarakteristikasining darajali tenglamasi $W(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ ni logarifmlaymiz:

$$\ln W(j\omega)=\ln A(\omega)+j\varphi(\omega)$$

yoki

$$\lg W(j\omega)=\frac{\ln A(\omega)+j\varphi(\omega)}{2,3}. \tag{2.13}$$

(2.13) ifodaning – haqiqiy qismi chastota funksiyasi modulining logarifmiga, mavhum qismi esa chastota funksiyasining argumentiga teng bo‘lgan logarifmik amplituda-faza chastota xarakteristikasining ifodasidir. Bu xarakteristikani ikkita mustaqil – logarifmik amplituda chastota (LAChX) va faza chastotaviy xarakteristika (LFChX) larga bo‘lish mumkin.

Tizim yoki zvenoning *logarifmik amplituda-chastota xarakteristikasi* chastota o‘zgarishiga bog‘liq bo‘lgan chastota funksiyasidagi modul logarifmining o‘zgarishini aniqlaydi, ya’ni amplitudaning $\lg\omega$ ga nisbatan chizilgan grafigiga *logarifmik amplituda-chastotaviy xarakteristika* (LAChX) deyiladi.

Logarifmik masshtabda qurilib, chastota o‘zgarishiga bog‘liq bo‘lgan faza o‘zgarishini aniqlovchi xarakteristika *logarifmik faza-chastotaviy xarakteristikasi* deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, $\varphi(\omega)$ni $lg\,\omega$ga nisbatan chizilgan grafigiga *logarifmik faza-chastotaviy xarakteristika* (LFChX) deyiladi.

$e^{j\varphi(\omega)}$ davriy funksiya bo‘lgani uchun, $\ln W(j\omega)$ ko‘p qiymatli funksiyadan iborat. Shuning uchun biz keyinchalik (2.13) ifodada logarifmning asosiy ma’nosini nazarda tutamiz. Logarifmik xarakteristika va o‘lchov birliklari akustika nazariyasidan olingan.

LAChX ni qurayotganda ordinatalar o‘qiga modul logarifmi, abssissa o‘qiga esa chastota logarifmini qo‘yamiz. LAChX ni qurganda $\ln A(\omega)$ o‘rniga quyidagi funksiya ko‘riladi:

$$L(\omega) = 20\lg\left|W(j\omega)\right| = 20\lg A(\omega). \qquad (2.14)$$

(2.14) ifoda tizimning chiqish amplitudasini kirish amplitudasiga nisbatini aniqlab, kirish signali orqali kuchlanish darajasini tasvirlaydi. $L(\omega)$ ning o‘lchov birligi – desibel. Bir desibel amplitudaning $\sqrt[20]{10}$ marta o‘zgarishiga to‘g‘ri keladi. Chastotalarning o‘lchov birligi – oktava va dekada.

Agar ikki ω_1, ω_2 chastotalarning qiymati bir-biridan ikki marta farq qilsa, ularning farqi bir oktavaga teng bo‘ladi:

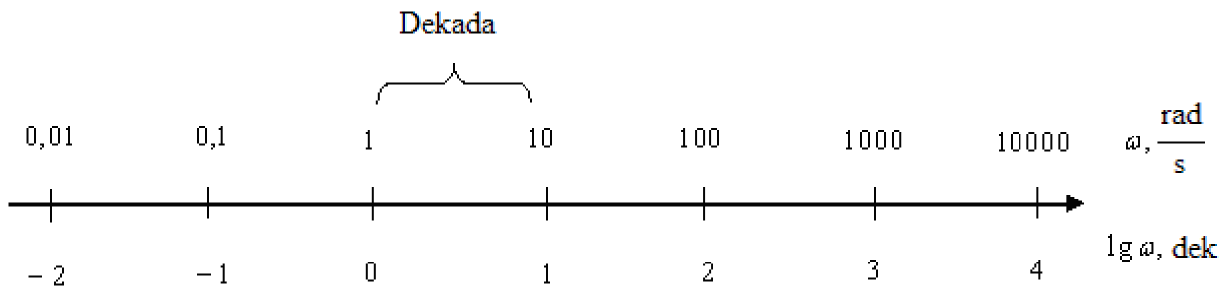
$$\omega_1/\omega_2 = 2 \quad \text{yoki} \quad \log(\omega_1/\omega_2) = \log_2 2 = 1 \text{ oktava.}$$

Agar ikki ω_1, ω_2 chastotalarning qiymati bir-biridan 10 martaga farq qilsa, ularning farqi 1 dekadaga teng bo‘ladi:

$$\omega_1/\omega_2 = 10 \text{ yoki } \lg(\omega_1/\omega_2) = \lg 10 = 1 \text{ dekada.}$$

Chastotaning dekada birligidagi qiymatini topish uchun shu chastotaning o‘nlik logarifmini aniqlash kerak.

Demak, $\lg\omega$ ning o‘lchov birligi «dekada», bir dekada chastotaning o‘n marta oshishini bildiradi (2.10-rasm).



2.10 - rasm. ***Chastotaning dekada birligidagi masshtabi.***

G.Bode ko‘pincha birgina LAChX ni qurish bilan kifoyalanish mumkinligini ko‘rsatadi, chunki faza xarakteristikadan amplituda va amplituda xarakteristikadan faza xarakteristikalarini aniqlash mumkin.

Agar tizimlarning LAChX va LFChX lari o‘rtasida bir qiymatli bog‘lanish mavjud bo‘lsa, bunday tizimlar minimal fazali tizim deyiladi. Ko‘p tizim va zvenolar uchun logarifmik xarakteristikalar oktavaga desibel va dekadaga desibel birligida ifodalanadigan, turli og‘ishlarga ega bo‘lgan to‘g‘ri chiziqdan iborat. (2.14) ifodadagi chastota funksiyasining modulini logarifmlashda ko‘paytma va bo‘linmalar, yig‘indi va ayirmalar bilan almashtiriladi, bu esa tahlil qilinayotgan ifodalarni soddalashtiradi.

Logarifmik chastota xarakteristikalari chiziqli va chiziqli bo‘lmagan avtomatik rostlash tizimlarini amalda hisoblashda keng foydalaniladi.

2.6. Elementar zvenolar va ularning xarakteristikalari

Boshqarish nuqtayi nazaridan avtomatik tizimlar va ularning tarkibiy zvenolari o‘zlarining statik va dinamik xarakteristikalariga ko‘ra sinflanadi. Bunday sinfiy chiqish va kirish kattaliklarining turg‘unlashmagan rejimda vaqt funksiyasidagi bog‘lanishiga asoslangan. Tadqiq qilinayotgan avtomatik tizimlarning dinamik xarakteristikalari oldindan ma’lum bo‘lgan va bir-biri bilan bog‘langan elementar (yoki tipik) zvenolar shaklida keltiriladi. Quyidagi uchta talabni qanoatlan-tiradigan zveno shartli ravishda elementar zveno deyiladi: 1) zvenoning differensial tenglamasi ikkinchi tartibdan yuqori bo‘lmasligi shart; 2) zveno detektorlash qobiliyatiga ega bo‘lib, signallarni bir yo‘nalishda – kirishdan chiqishga tomon o‘tkazishi kerak; 3) zvenoga boshqa zvenolar ulanganda, u o‘zining dinamik xususiyatlarini o‘zgartirmasligi lozim.

Avtomatik boshqarish tizimlarining zvenolari har xil fizikaviy tabiatga, ishlash prinsipiga, konstruktiv formaga hamda sxemalarga bo‘linishi mumkin. Lekin bu zvenolarning dinamik xususiyatlarini o‘rganishda, tadqiq qilishda uning chiqishidagi hamda kirishidagi kattaliklarni bog‘lovchi tenglama muhim rol o‘ynaydi. Elementar zvenolarning xarakteristikalarini tahlil qilish uchun standart shaklda yozilgan dinamik tenglamalar ishlatiladi.

Matematik ifodasi differensial tenglama bilan ifodalanadigan zvenolarga *dinamik zveno* deyiladi. Tipik dinamik zveno deb, tartibi ikkidan yuqori bo‘lmagan differensial tenglama bilan ifodalanadigan zvenolarga aytiladi. Ularga asosan quyidagi zvenolar kiradi:

1. Kuchaytiruvchi (proporsional, inersiyasiz) zveno.
2. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno.
3. Integrallovchi zveno.
4. Differensiallovchi zveno.
5. Tebranuvchi zveno.
6. Tezlatuvchi zveno.
7. Kechikuvchi zveno.

Quyida shu zvenolarning vaqt hamda chastotali xarateristikalarini ko‘rib chiqamiz.

1. Kuchaytiruvchi (proporsional, inersiyasiz) zveno. Agar zveno tizimga kechikish va boshqa xatolar kiritmay faqat kirishga berilgan signalning masshtabini o‘zgartirsa, bu zveno *kuchaytiruvchi* (proporsional, inersiyasiz) zveno deyiladi.

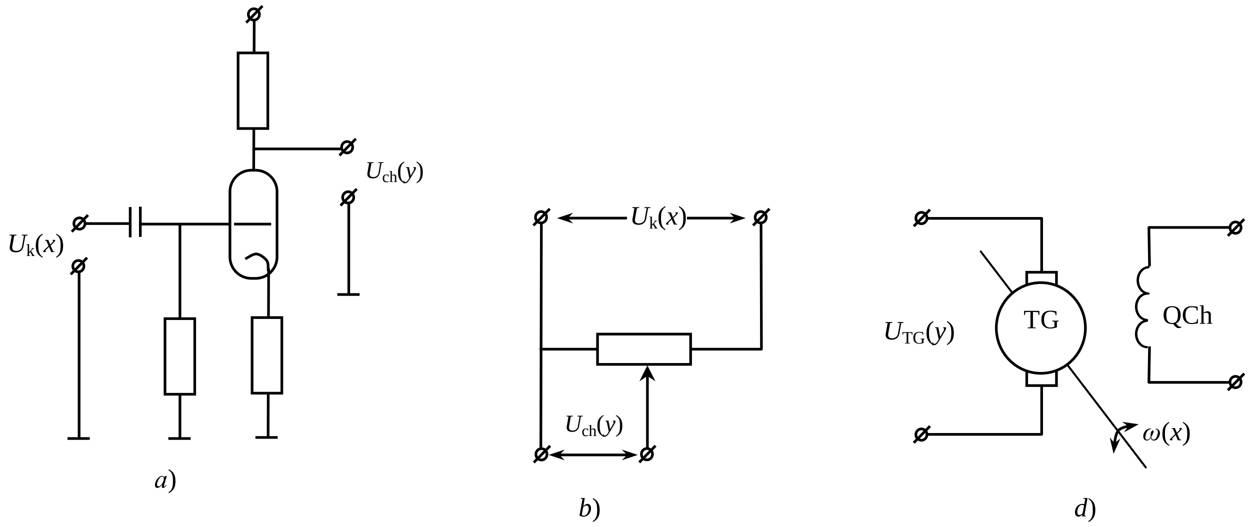
Kuchaytiruvchi zveno dinamikasining tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$y(t) = K \cdot x(t). \tag{2.15}$$

bu yerda, y – zvenoning chiqish kattaligi; K – zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti; x – zvenoning kirish kattaligi.

Bunday zvenoning chiqishidagi kattalik kirishidagi kattalikka nisbatan proporsional ravishda o‘zgaradi.

Bu zvenoga elektron kuchaytirgich, potensiometr, taxogenerator kabi elementlar misol bo‘la oladi (2.11-rasm.)



2.11-rasm. ***Elektron kuchaytirgich (a); potensiometr (b); taxogenerator (d), bu yerda «ω» o‘qning aylanish tezligi.***

(2.15) tenglamaga Laplas almashtirishlarini kiritamiz

$$y(p) = K \cdot x(p),$$

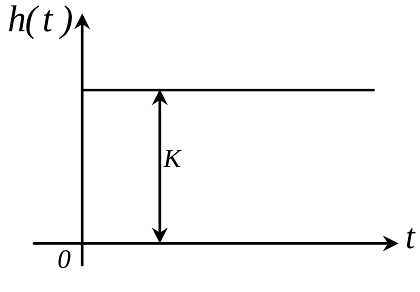
bundan

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = K.$$

Shunday qilib, proporsional zvenoning uzatish funksiyasi kuchaytirish koeffitsiyenti «*K*» ga teng bo‘ladi.

Uzatish funksiyasi orqali zveno yoki tizimning vaqt xarakteristikalarini aniqlash mumkin

$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{K\frac{1}{p}\right\} = K \cdot 1(t).$$



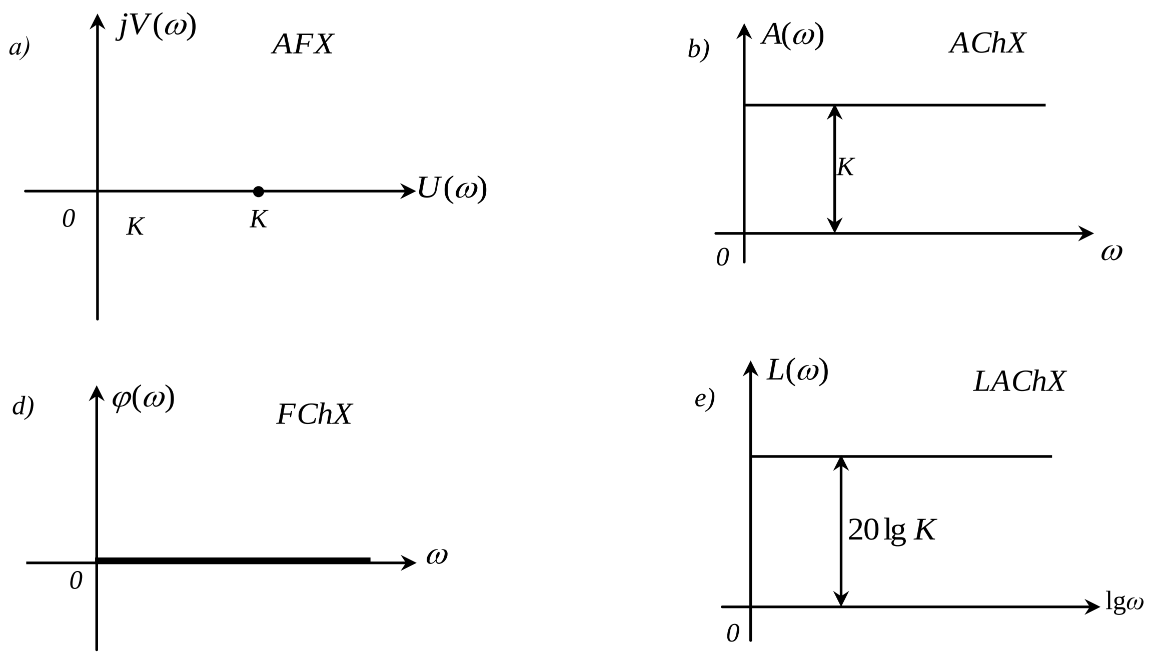
2.12-rasm. ***O‘tkinchi xarakteristika.***

Chastotaviy uzatish funksiyasini aniqlash uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ da «p» ni «$j\omega$» bilan almashtiriladi

$$W(j\omega) = K; \quad A(\omega) = K; \quad \varphi(\omega) = 0,$$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K.$$

Kuchaytiruvchi zveno berilgan signallarga faza siljishlarini kiritmaydi va barcha chastotali signallarni ravon o‘tkazadi. AFX ning gadografi (2.13-rasm) kompleks tekisligidagi haqiqiy o‘qda boshlang‘ich koordinatalardan K masofaga kechikkan nuqta bilan ifodalanadi. Zvenoning $A(\omega)$ amplituda-chastota xarakteristikasi – chastotalar o‘qidan $A(\omega) = K$ miqdorga kechikkan to‘g‘ri chiziqdir.



2.13-rasm. ***Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (d); logarifmik amplituda chastotali (e) xarakteristikalar.***

$\varphi(\omega) = 0$ faza-chastota xarakteristika faza siljishlarning yo‘qligini bildiradi. Amplituda, chastotaning cheksizlikka intilgan har bir qiymatida istalgan real kuchaytiruvchi zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti nolgacha kamayib ketadi.

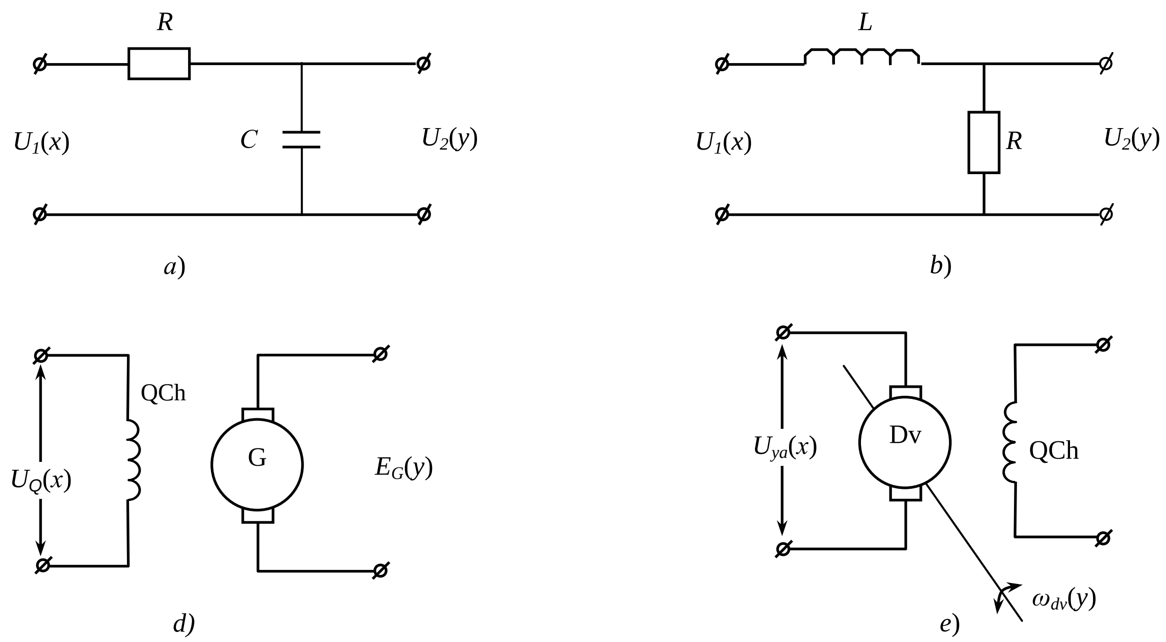
Ushbu zvenoning fazasi minimal qiymatga ega yoki nolga teng, ya’ni minimal fazalidir. Kuchaytirish koeffitsiyenti K chiziqli zveno uchun doimiy, chiziqli bo‘lmagan zveno uchun esa o‘zgaruvchandir.

2. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno. Ushbu zvenoning chiqish va kirish kattaliklarini bog‘lovchi tenglama birinchi tartibli differensial tenglamadan iborat:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \cdot x(t) \qquad (2.16)$$

bu yerda, K – zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti; T – zvenoning vaqt doimiysi.

RC, RL – zanjirlari, o‘zgarmas tok generatori va dvigatellari bu zvenoga misol bo‘la oladi (2.14-rasm).



2.14-rasm. ***RC zanjiri (a); LR zanjiri (b); o‘zarmas tok generatori (d); o‘zgarmas tok dvigateli (e).***

(2.16) tenglamaga Laplas o‘zgartirishini kiritib, bu zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$(Tp+1)\cdot y(p) = Kx(p),$$

bundan

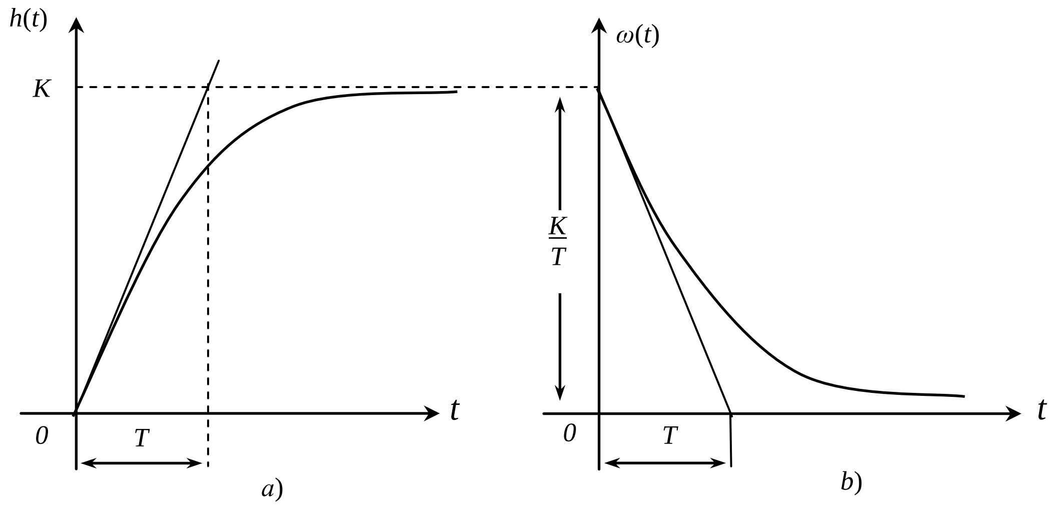
$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K}{Tp+1}.$$

Inersial zvenoning o‘tkinchi funksiyasi

$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{K}{1+Tp}\cdot\frac{1}{p}\right\} = K(1-e^{-\frac{t}{T}})\ ,$$

eksponenta qonuni bo‘yicha o‘zgaradi (2.15,*a*-rasm). Impulsli o‘tkinchi funksiyani quyidagicha aniqlash mumkin (2.15,*b*-rasm):

$$\omega(t) = h'(t) = L^{-1}\{W(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{K}{1+pT}\right\} = \frac{K}{p}e^{-\frac{t}{T}}\ .$$



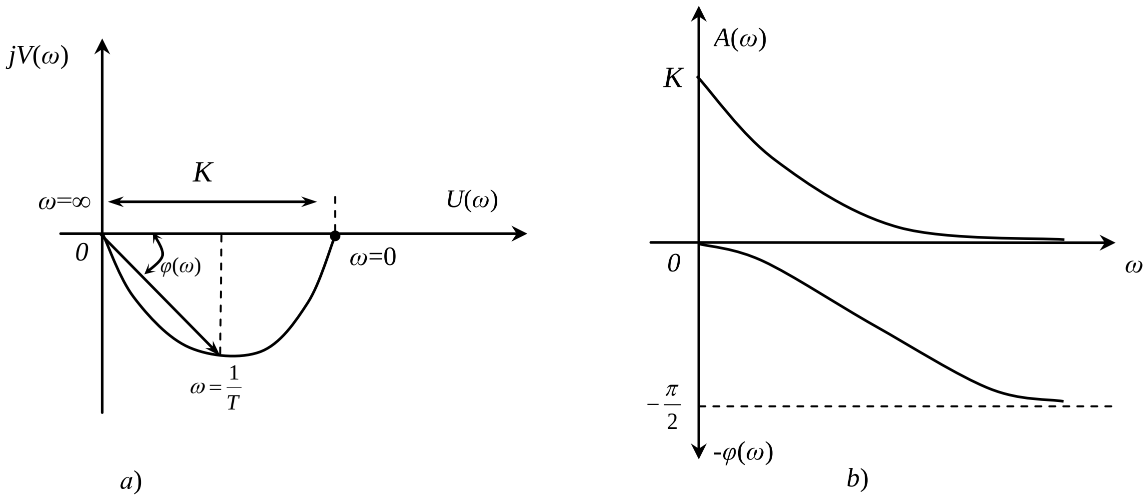
2.15-rasm. ***O‘tkinchi xarakteristika (a); impulsli o‘tkinchi xarakteristika (b).***

Zvenoning chastotali uzatish funksiyasini hamda uning chastotali xarakteristikalarini aniqlash uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ da «p»ni «$j\omega$» bilan almashtirish kerak (2.16-rasm).

$$W(j\omega) = \frac{K}{1+j\omega T} = \frac{K(1-j\omega T)}{(1+j\omega T)(1-j\omega T)} =$$

$$= \frac{K}{(1+\omega^2T^2)} - j\frac{K\omega T}{(1+\omega^2T^2)} = U(\omega) + jV(\omega);$$

$U(\omega) = \dfrac{K}{1+\omega^2T^2}$ – haqiqiy qism; $V(\omega) = -\dfrac{K\omega T}{1+\omega^2T^2}$ – mavhum qism



2.16-rasm. ***Amplituda-fazali xarakteristika (a); amplituda-chastotali va faza-chastotali xarakteristikalar (b).***

$$A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}=$$

$$=\sqrt{\frac{K^2}{\left(1+T^2\omega^2\right)^2}+\frac{K^2T^2\omega^2}{\left(1+T^2\omega^2\right)^2}}=\frac{K\sqrt{1+T^2\omega^2}}{1+T^2\omega^2}=\frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}};$$

$$\varphi(\omega)=arctg\,\frac{V(\omega)}{U(\omega)}=arctg\,\frac{-KT\omega}{K}=-arctg\,\omega T;$$

Zvenoning logarifmik amplituda chastotali xarakteristikasi (LAChX) quyidagi ifoda yordamida aniqlanadi:

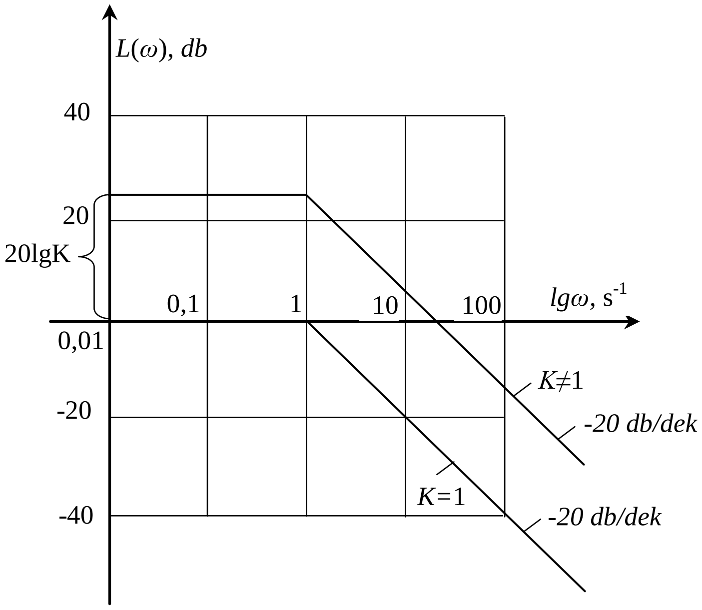
$$L(\omega)=20\lg A(\omega)=20\lg\left[\frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\right]=20\lg K-20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2}\,.$$

Bu zvenoning asimptotik LAChXni

$$L_a(\omega)=\begin{cases}20\lg K, & \omega<<\dfrac{1}{T}\ \text{bo'lganda,}\\ 20\lg K-20\lg\omega T, & \omega>>\dfrac{1}{T}\ \text{bo'lganda,}\end{cases}$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Shunday qilib, chastotaning $\omega\to\infty$ qiymatlarida K=1 bo‘lganda $L(\omega)$ xarakteristikasi absissa o‘qi bilan mos tushadi, chunki $L(\omega)=20\lg 1=0$. Agar $K\neq 1$ bo‘lsa, unda shu chastota qiymatlarida $L(\omega)$ xarakteristikasi $20\lg K$ balandlikda absissa o‘qiga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq bo‘ladi. $\omega >> \frac{1}{T}$ bo‘lganda $L_a(\omega) = -20\lg \omega T$ ga teng bo‘ladi (2.17-rasm).



$$\omega T = 1, \quad L(\omega) = 0\,db;$$
$$\omega T = 10, \quad L(\omega) = -20\,db.$$

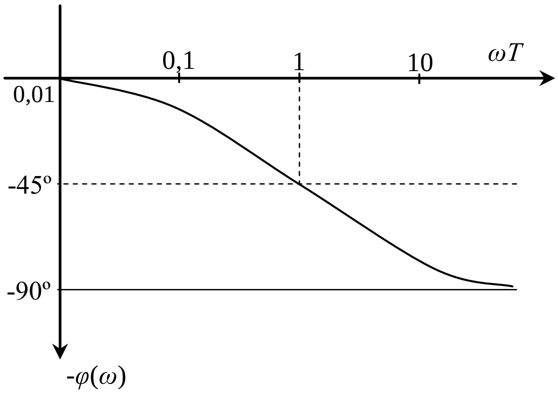
2.17-rasm. ***Logarifmik amplituda chastotali xarakteristika.***

Shunday qilib, inersial zvenoning LAChX si tutash chastota $\omega = \frac{1}{T}$ yoki $\omega T = 1$ gacha hech qanday o‘zgarishsiz qoladi va shu chastotadan keyin -20 db/dek og‘ish bo‘yicha o‘zgaradi.

Haqiqiy LAChX $L(\omega)$ asimptotik $L_a(\omega)$ xarakteristikadan birmuncha farq qiladi va bu farq faqat tutash chastota $\omega = \frac{1}{T}$ yoki $\omega T = 1$ da eng katta qiymatga ega bo‘lib, u taxminan –3,03 db ga teng, ya’ni

$$L(\omega) = L(1) = -20\lg \frac{1}{\sqrt{1+(1)^2}} = -\,20\lg \frac{1}{\sqrt{2}} = -3{,}03\,db.$$

Amaliyotda LAChX ni aniq ko‘rish talab qilinmaydi. Shuning uchun uni ikkita bir-biri bilan tutashgan to‘g‘ri chiziq ko‘rinishida quriladi. Logarifmik faza-chastotali xarakteristika $\varphi(\omega) = -arctg\,\omega T$ ifoda yordamida aniqlanadi (2.18-rasm).



$$\omega T = 0, \quad \varphi(\omega) = 0^{\circ};$$
$$\omega T = 1, \quad \varphi(\omega) = -45^{\circ};$$
$$\omega T = \infty, \quad \varphi(\omega) = -90^{\circ}.$$

2.18-rasm. ***Logarifmik faza-chastotali xarakteristika.***

Tutash $\omega = \dfrac{1}{T}$ chastotada $\varphi(\omega) = -arctg1 = -45^{\circ}$ ga teng bo‘lib, shu chastotaga nisbatan LFChX ning simmetriyaligi uning o‘ziga xos xarakterli fazilati hisoblanadi.

3. Integrallovchi zveno. Ushbu zvenoning chiqish va kirish kattaliklarini bog‘lovchi tenglama quyidagicha:

$$y(t) = K\int_0^t x(t)dt, \tag{2.18}$$

(2.18) ifodadan chiqish kattaligi kirish kattaligining integraliga proporsional ekanligi kelib chiqadi. (2.18) tenglamani Laplas bo‘yicha tasviri quyidagi ko‘rinishga ega:

$$y(p) = \frac{K}{p}x(p),$$

zvenoning uzatish funksiyasi

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K}{p}.$$

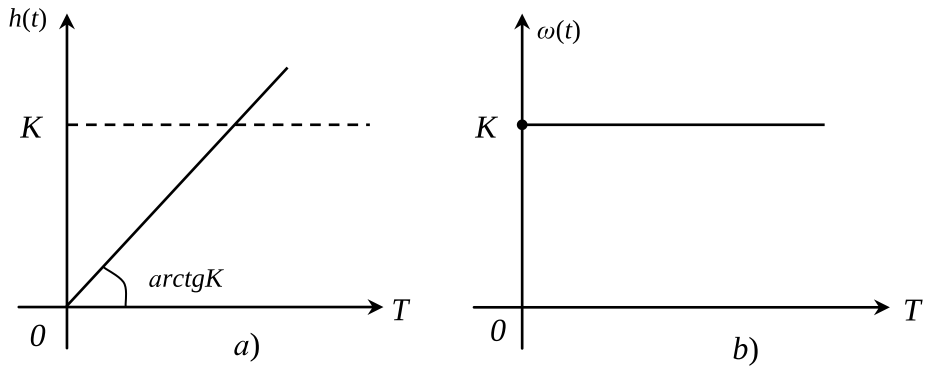
Bu zvenoni yana astatik zveno deb ham yuritiladi.

Integral zvenoning o‘tkinchi funksiyasi

$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{K}{p}\cdot\frac{1}{p}\right\} = K\cdot t$$

va impulsli o‘tkinchi (vazn) funksiyasi (2.19-rasm)

$$\omega(t) = h'(t) = K.$$

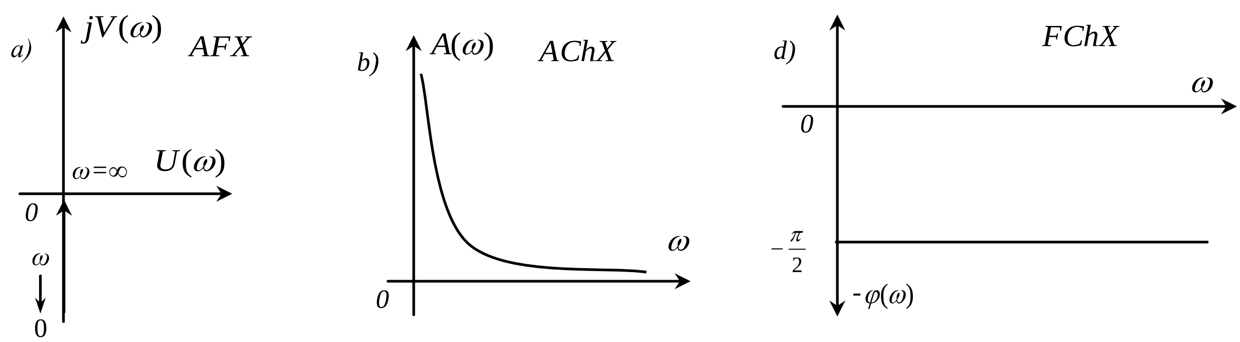


2.19-rasm. ***O'tkinchi xarakteristika (a); impulsli o'tkinchi xarakteristika (b).***

Integral zvenoning chastotali uzatish funksiyasi

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = \frac{K}{\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad (2.19)$$

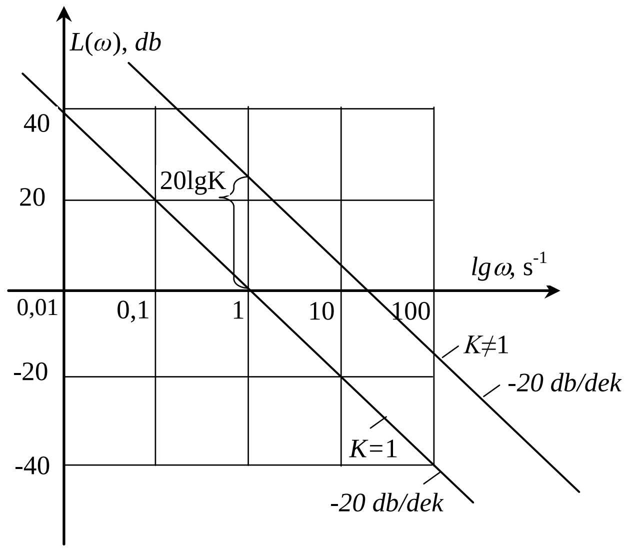
bo'lib, unda $A(\omega) = \frac{K}{\omega}$ – amplituda-chastota funksiyasi; $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$ – faza-chastota funksiyasi (2.20-rasm).



2.20-rasm. ***Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (d) xarakteristikalar.***

Zvenoning AFX si (2.19) ifodaga muvofiq kompleks tekisligining manfiy mavhum o'qi bilan mos tushadi va chastota $0 < \omega < \infty$ bo'lganda koordinata o'qi boshiga tomon yo'nalgan bo'ladi.

Logarifmik amplituda-chastota xarakteristikasi $L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg\frac{K}{\omega} = 20\lg K - 20\lg\omega$ ifoda yordamida aniqlanadi (2.21-rasm).



$$\omega = 1, \quad L(\omega) = 0\,db;$$
$$\omega = 10, \quad L(\omega) = -20\,db;$$
$$\omega = 100, \quad L(\omega) = -40\,db;$$
$$\omega = 0{,}1, \quad L(\omega) = 20\,db;$$
$$\omega = 0{,}01, \quad L(\omega) = 40\,db.$$

2.21- rasm. ***Logarifmik faza-chastotali xarakteristika.***

Demak, bu zvenoning $L(\omega)$ xarakteristikasi koordinatalari $\omega = 1$ va $20\lg K$ bo‘lgan nuqtadan o‘tgan og‘ma to‘g‘ri chiziq bo‘lib, chastota bir dekadaga ko‘payganda $L(\omega)$ ordinatasi 20 db ga kamayadi. Shuning uchun $L(\omega)$ xarakteristikasining og‘ishi -20 db/dek (minus 20 detsebel bir dekadaga deb o‘qiladi).

4. Differensiallovchi zveno. Chiqish kattaligi kirish parametrlarining o‘zgarish tezligiga proporsional bo‘lgan zveno *differensiallovchi zveno* deyiladi. Bu ideal differensiallovchi zvenoning xususiyatlari

$$y(t) = K \cdot \frac{dx}{dt}, \qquad (2.20)$$

tenglama bilan ifodalanadi. Bunda K – uzatish koeffitsiyenti. Unga elektr sig‘im, induktivlik, taxogenerator (agar kirish kattaliga o‘qning aylanish tezligi emas, burchak burilishi bo‘lsa) misol bo‘la oladi.

(2.20) tenglamani Laplas bo‘yicha o‘zgartirib, zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = Kp. \qquad (2.21)$$

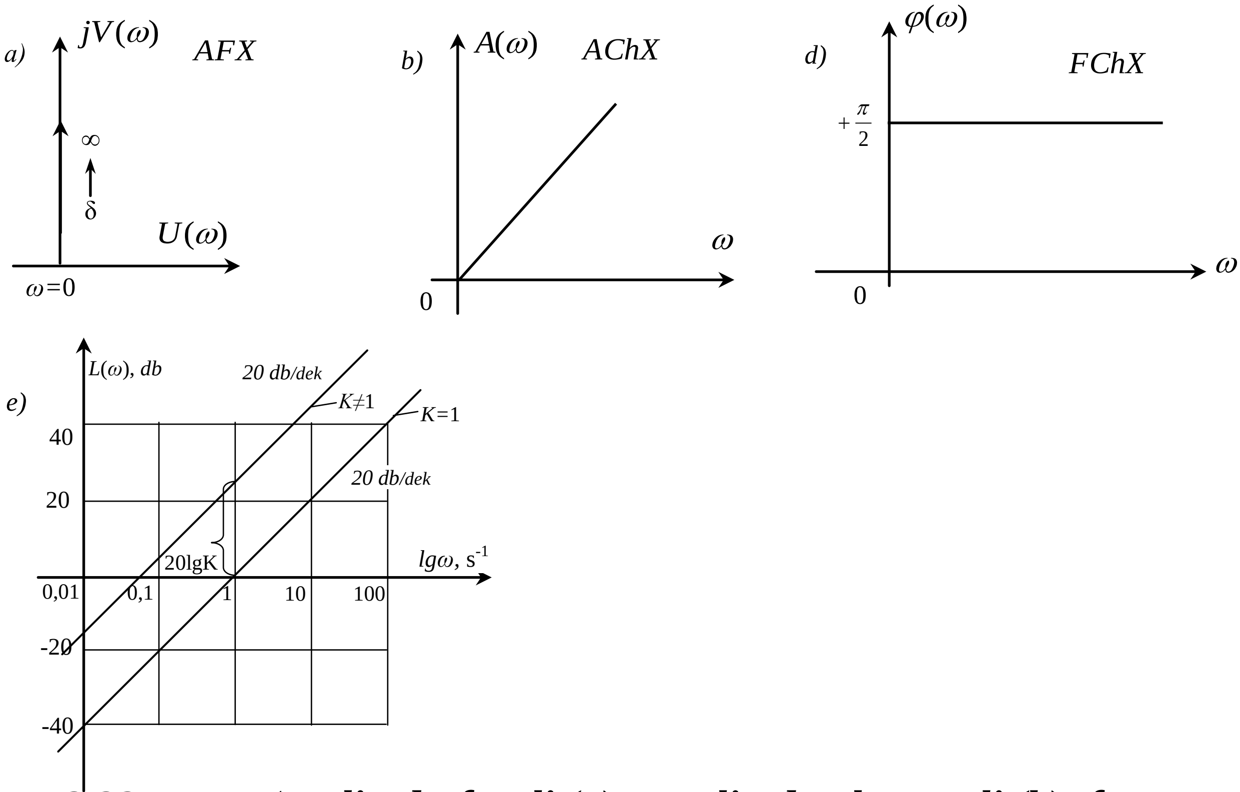
Bunda o‘tkinchi $h(t)$ va impulsli o‘tkinchi $\omega(t)$ funksiyalarni aniqlaymiz

$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{Kp \cdot \frac{1}{p}\right\} = K \cdot \delta(t),$$
$$\omega(t) = h'(t) = K \cdot \delta'(t).$$

(2.21) ifodada «p» ni «$j\omega$» bilan almashtirib chastotali uzatish funksiyasini

$$W(j\omega) = K \cdot j\omega = K \cdot \omega e^{j\frac{\pi}{2}},$$

hamda chastotali xarakteristikalarini aniqlaymiz (2.22-rasm). Unda $A(\omega) = K\omega$ – amplituda chastotali funksiya; $\varphi(\omega) = \dfrac{\pi}{2}$ – faza chastotali funksiya; $L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K + 20\lg \omega$ – logarifmik-amplituda chastota funksiyasi.



2.22-rasm. ***Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (d); logarifmik amplituda chastotali (e) xarakteristikalar.***

Shunday qilib, bu zvenoning AFX si kompleks tekisligining musbat mavhum o‘qi bilan mos tushib, chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda yuqoriga qarab yo‘naladi. LAChXsi esa koordinatalari ω=1 va $L(\omega) = 20\lg K$ bo‘lgan nuqtadan o‘tgan to‘g‘ri chiziqdir. Shuning uchun $L(\omega)$ xarakteristikasining og‘ishi +20db/dek (plyus 20 desebel bir dekadaga deb o‘qiladi).

Real differensiallovchi zvenolar dinamikasining umumiy tenglamasi quyidagicha

$$T\frac{dy}{dt} + y = K\frac{dx}{dt}. \tag{2.22}$$

(2.22) tenglamani Laplas bo‘yicha o‘zgartirib, zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$W(p)=\frac{K\cdot p}{1+Tp}.$$

Real differensiallovchi zvenoning uzatish funksiyasidan ko‘rinib turibdiki, real holatda idel integrallovchi zvenoni aperiodik zveno bilan birgalikda amalga oshirilar ekan.

5. Tebranuvchi zveno. Ushbu zvenoning chiqish va kirish kattaliklari o‘rtasidagi bog‘lanish ikkinchi tartibli differensial tenglama orqali ifodalanadi:

$$T^2\frac{d^2y}{dt^2}+2\xi T\frac{dy}{dt}+y(t)=K\cdot x(t), \qquad (2.23)$$

bu yerda $0<\xi<1$ oralig‘idagi qiymatga ega bo‘lib, so‘nish darajasi (koeffitsiyenti) deyiladi. Elektr tebranuvchi zanjir, elastik mexanik tizim bu zvenoga misol bo‘la oladi.

(2.23) tenglamani Laplas almashtirishi orqali o‘zgartirib

$$(T^2p^2+2\xi Tp+1)y(p)=Kx(p),$$

zvenoning uzatish funksiyasi aniqlanadi

$$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=\frac{K}{T^2p^2+2\xi Tp+1}. \qquad (2.24)$$

Chastotali uzatish funksiyasini aniqlash uchun (2.24) ifodada «*p*» ni «*jω*» bilan almashtiramiz.

$$W(j\omega)=\frac{K}{T^2(j\omega)^2+2\xi\, j\omega T+1}=\frac{K[(1-\omega^2T^2)-j\omega 2\xi T]}{[(1-\omega^2T^2)+j\omega 2\xi T][(1-\omega^2T^2)-j\omega 2\xi T]};$$

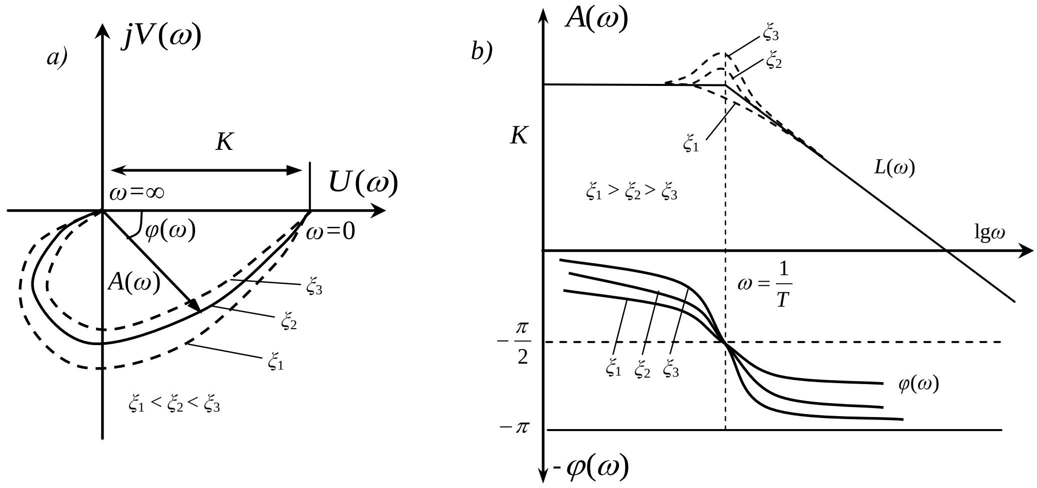
$$U(\omega)=\frac{K(1-\omega^2T^2)}{(1-\omega^2T^2)^2+4\xi^2\omega^2T^2}$$ – haqiqiy qism;

$$V(\omega)=-\frac{2K\xi\omega T}{(1-\omega^2T^2)^2+4\xi^2\omega^2T^2}$$ – mavhum qism;

$$A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}=\frac{K}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+4\xi^2\omega^2T^2}}$$ – amplituda-chastota funksiyasi;

$$\varphi(\omega)=arctg\frac{V(\omega)}{U(\omega)}=-arctg\frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2T^2}$$ – faza-chastota funksiyasi.

2.23-rasmda tebranuvchi zvenoning chastotali xarakteristikalari keltirilgan.

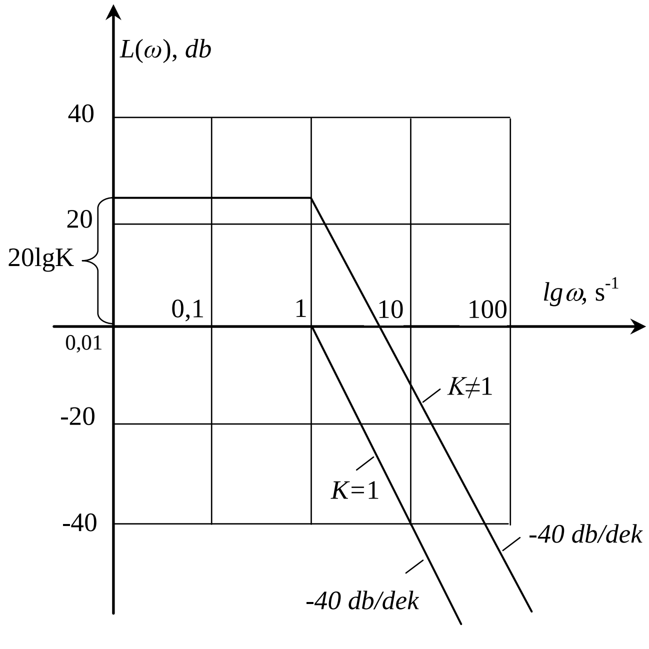


2.23-rasm. ***a) amplituda fazali; b) amplituda chastotali va faza chastotali xarakteristikalar.***

Bu zvenolarning LAChX si ko‘rilayotganda quyidagi asimptotik tenglamadan foydalaniladi:

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20\lg K, & \omega << \dfrac{1}{T} \ \text{bo'lganda;} \\ 20\lg K - 40\lg \omega T, & \omega >> \dfrac{1}{T} \ \text{bo'lganda.} \end{cases}$$

tutash chastota $\omega = \dfrac{1}{T}$ gacha bu zvenoning LAChX si abssissa o‘qi bilan mos tushadi, undan keyin -40 db/dek og‘ishga ega bo‘ladi (2.24-rasm).



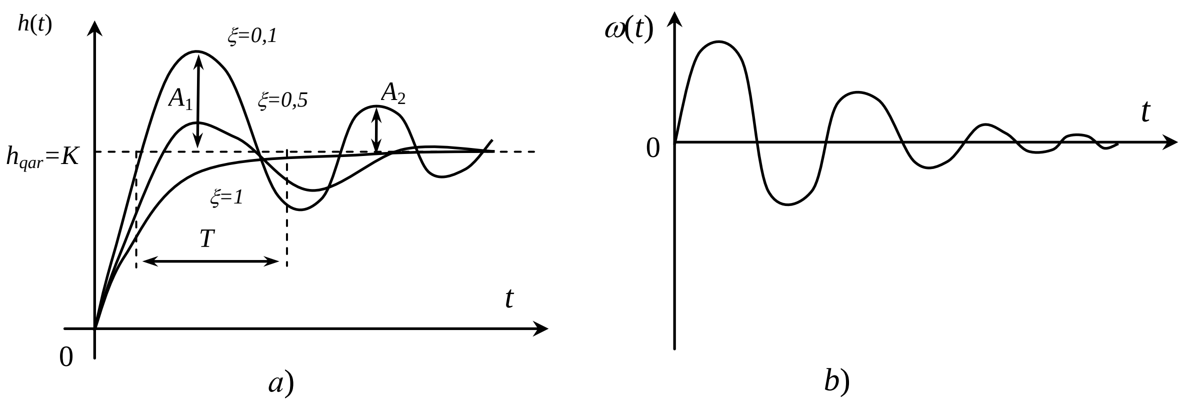
2.24-rasm. ***Logarifmik amplituda chastotali xarakteristika.***

Tebranuvchi zvenoning o‘tkinchi funksiyasi

$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\cdot\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{K}{T^2p^2+2\xi pT+1}\cdot\frac{1}{p}\right\} = K\left[1-\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\beta}e^{-\alpha t}\cdot\sin(\beta t+\varphi_0)\right],$$

bu yerda, $\alpha = \frac{\xi}{T}$; $\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$; $\varphi_0 = arctg\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$; impulsli o‘tkinchi (vazn) xarakteristikasi $\omega(t) = h'(t) = \left(\frac{K(\alpha^2+\beta^2)}{\beta}e^{-\alpha t}\sin\beta t\right)'$ ga teng.

2.25-rasmda tebranuvchi zvenoning vaqt xarakteristikalari keltirilgan.



2.25-rasm. ***a) o‘tkinchi xarakteristika; b) impulsli o‘tkinchi (vazn) xarakteristika.***

Tebranuvchi zvenoning o‘tish jarayoni egri chizig‘ining so‘nish koeffitsiyenti ξ ning qiymatiga bog‘liq. Agar ξ>1 bo‘lsa, o‘tish jarayoni nodavriy jarayon xususiyatlariga ega, agar ξ noldan 1 gacha o‘zgarsa, o‘tish jarayonining xarakteri tebranma so‘nuvchi bo‘ladi. Bularni hisobga olib, tebranuvchi zvenoning uzatish funksiyasi $W(p)$ dan so‘nish koeffitsiyenti «ξ» ning qiymatiga qarab quyidagi ikkita tipik bo‘lmagan zvenolarning uzatish funksiyasini olish mumkin:

a) Konservativ zveno (ξ = 0). Uzatish funksiyasi

$$W(p) = \frac{K}{1+p^2T^2}.$$

Chastotali xarakteristikalari quyidagicha ifodalanadi (2.26-rasm).

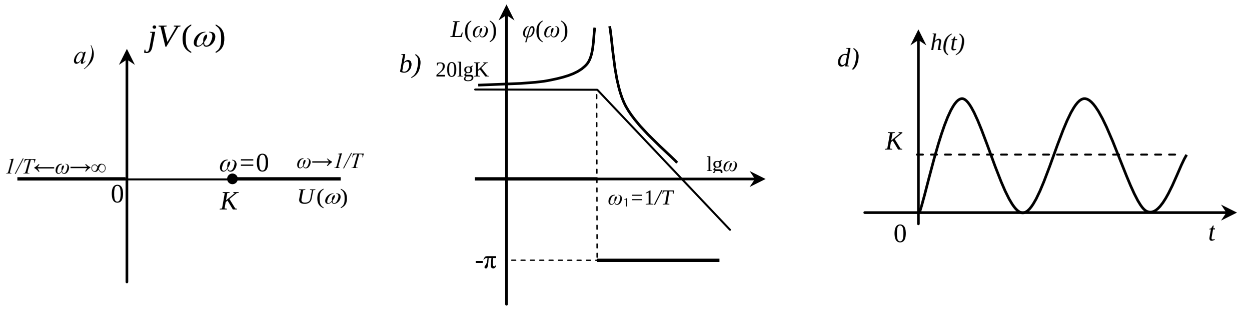
$W(j\omega) = \dfrac{K}{1-\omega^2 T^2}$ – amplituda faza chastotali funksiyasi;

$A(j\omega) = \dfrac{K}{1-\omega^2 T^2}$ – amplituda chastotali funksiya;

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} 0; & \omega < \dfrac{1}{T} \text{ bo'lganda;} \\ -\pi; & \omega > \dfrac{1}{T} \text{ bo'lganda.} \end{cases}$$ – faza chastotali funksiya;

$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K - 40\lg \omega T$ – logarifmik amplituda chastotali funksiya.

Konservativ zvenoning o‘tkinchi funksiyasi $h(t) = K(1-\cos\omega_1 t);\ \omega_1 = \dfrac{1}{T}$ bo‘lib, amplitudasi «*K*» ga teng bo‘lgan ω_1 chastotali so‘nuvchi bo‘lmagan garmonik tebranishlarni ifodalaydi (2.26*d*-rasm).



2.26-rasm. ***a) AFX; b) LAChX va LFChX; d) o‘tkinchi xarakteristika.***

b) Ikkinchi tartibli inersial zveno **(*ξ ≥ 1*).** Bunda xarakteristik tenglamaning ildizlari faqat haqiqiy qismga ega bo‘ladi va bu zvenoni ketma-ket ulangan ikkita birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno sifatida ko‘rsatish mumkin, ya’ni

$$W(p) = \frac{K}{(1+pT_1)(1+pT_2)},$$

bunda $T_{1,2} = \dfrac{T}{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}$.

6. Tezlatuvchi zveno. Bu zveno quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$y(t) = K\left[x(t) + T\frac{dx}{dt}\right]. \qquad (2.25)$$

Uni proporsional va differensiallagich zvenolarning parallel ulanishi yordamida hosil qilish mumkin.

(2.25) tenglamaning Laplas tasviri

$$y(p) = K[x(p) + Tpx(p)]$$

orqali bu zvenoning uzatish funksiyasi aniqlanadi:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = K(1 + pT).$$

Chastotali uzatish funksiyasi

$$W(j\omega) = K(1 + j\omega T) = K + jK\omega T$$

ko‘rinishga ega.

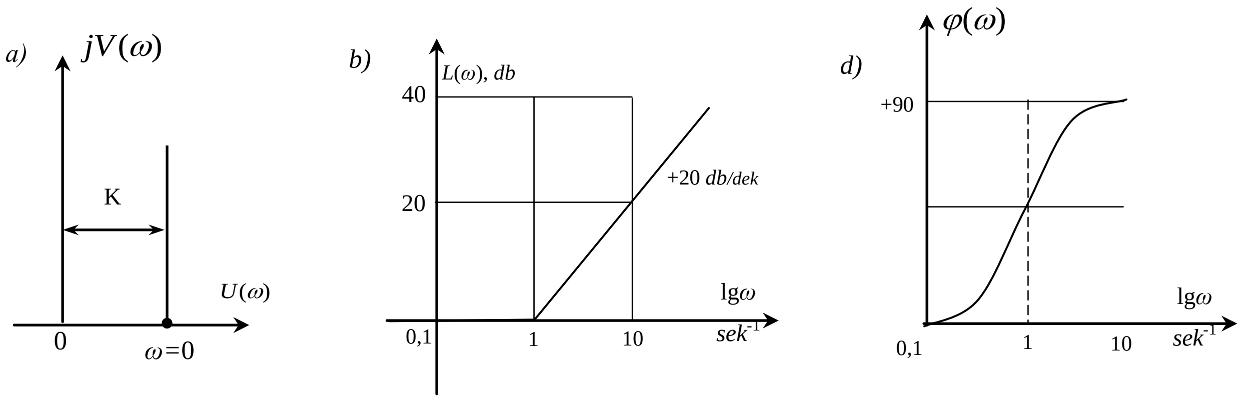
Bunda

$A(\omega) = |W(j\omega)| = K\sqrt{1 + (\omega T)^2}$ – AChX;

$\varphi(\omega) = arctg\dfrac{V(\omega)}{U(\omega)} = arctg\,\omega T$ – FChX;

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20\lg K, & 0 < \omega < \dfrac{1}{T} \text{ bo'lganda,} \\ 20\lg K + 20\lg \omega T, & \omega > \dfrac{1}{T} \text{ bo'lganda.} \end{cases}$$ – LAChX.

Bu xarakteristikalar 2.27-rasmda keltirilgan.



2.27-rasm. ***a) AFX; b) LChX; d) LFChX.***

Vaqt xarakteristikalari $h(t)$ va $\omega(t)$ quyidagi ifodalar bilan aniqlanadi.

$$h(t) = L^{-1}\left\{K(1 + pT)\cdot\frac{1}{p}\right\} = K_0\cdot 1(t) + KT\delta(t);$$

$$\omega(t) = h'(t) = K\left[T\delta(t) + \delta(t)\right].$$

Differensiallagich zvenolar kabi tezlatgich zvenolarni ideal ko‘rinishda amalga oshirish mumkin emas, chunki real qurilmalarda, tizimlar tarkibida kichik parametrga ega bo‘lgan inersialliklar albatta bo‘ladi. Ular uzatish funksiyasi $W(p)$ ning maxrajidagi polinomlar orqali xarakterlanadi. Odatda $W(p)$ maxrajidagi polinomlarning tartibi uning suratidagi polinomlar tartibidan ancha yuqori bo‘ladi.

7. Kechikuvchi zveno. Umumiy holda, agar faza bo‘yicha siljish shu zveno uchun mumkin bo‘lgan ortib ketsa, zveno *nominal fazali* hisoblanadi. Bunday zvenolar qatoriga sof kechikish zvenosi kiradi. Bu zvenoning mohiyati shundan iboratki, u o‘zining *sof* yoki *transport kechikish vaqti* deb ataladigan doimiy τ kechikish bilan kirish signalini xatosiz takrorlaydi. Zvenoning xususiyati $y(t) = x(t-\tau)$ tenglama bilan ta’riflanadi. Bu tenglamaning operator shakli quyidagicha

$$y(p) = e^{-p\tau}x(p).$$

Zvenoning uzatish funksiyasi yuqoridagi tenglamadan kelib chiqadi:

$$W(p) = e^{-p\tau}.$$

Zvenoning amplituda-faza xarakteristikasi:

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = \cos\omega\tau - j\sin\omega\tau.$$

Ko‘rilayotgan zvenoning o‘tish xarakteristikasi va impulsli o‘tish xarakteristikasi quyidagicha

$$h(t) = 1(t-\tau),$$
$$\omega(t) = \delta(t-\tau).$$

Amplituda va faza chastota xarakteristikalari esa quyidagicha:

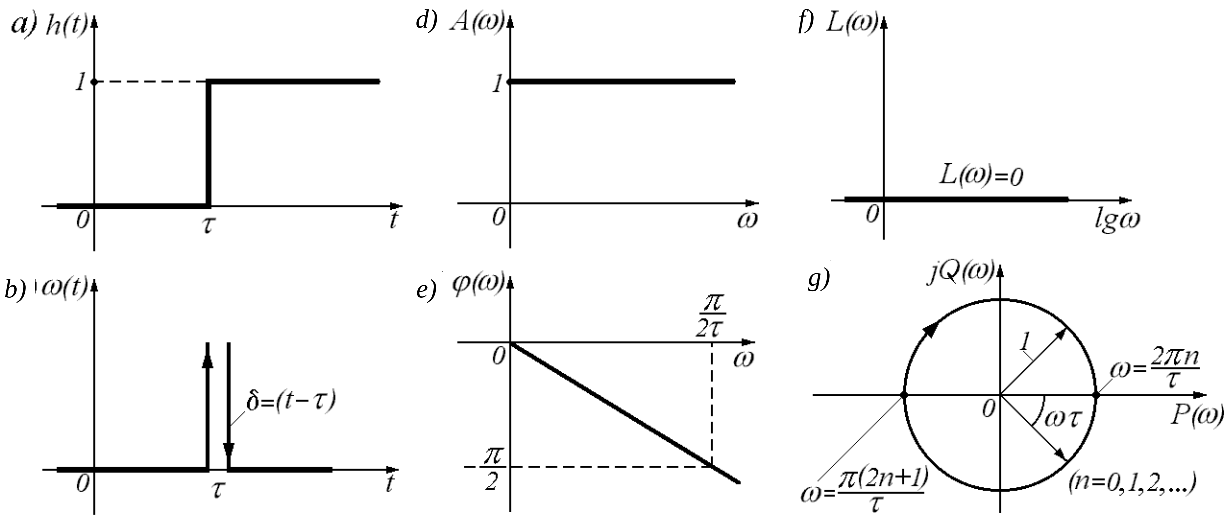
$$A(\omega) = \sqrt{\cos^2(\omega\tau) + \sin^2(\omega\tau)} = 1,$$

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{-\sin\omega\tau}{\cos\omega\tau} = -arctg\left(\frac{\sin\omega\tau}{\cos\omega\tau}\right) = arctg(-tg\omega\tau) = -\omega\tau. \quad (2.26)$$

Ko‘rinib turibdiki, logarifmik amplituda chastota xarakteristikasi

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg 1 = 0.$$

abssissa o‘qiga mos bo‘lib, faza esa (2.26) tenglamaga muvofiq ω chastota o‘sish bilan cheksiz oshib boradi. 2.28-rasmda sof kechikish zvenosining xarakteristikalari keltirilgan.



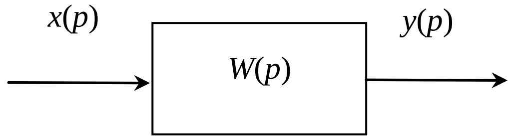
2.28-rasm. ***Sof kechikuvchi zvenosining xarakteristikalari.***

2.7. Statsionar chiziqli tizimlarning strukturali sxemalari. Ochiq tizimning chastotaviy xarakteristikalari.

Odatda avtomatik boshqarish tizimlarini ma’lum uzatish funksiyali dinamik zvenolarning kombinatsiyalari orqali tasvirlash mumkin.

Avtomatik boshqarish tizimlaridagi dinamik zvenolarni uzatish fuksayalarini va zvenolari orasidagi bog‘liqlikni ko‘rsatib grafik ko’rinishda tasvirlashga *strukturali sxema* deb ataladi.

Strukturali sxemada zvenolar shartli ravishda to‘g‘ri to‘rtburchak shaklida ifodalanadi. Unda chiqish va kirish kattaliklari hamda zvenoning uzatish funksiyasi $W(p)$ ko‘rsatiladi (2.29-rasm).



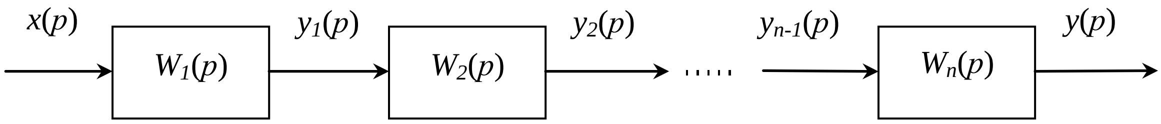
2.29-rasm. ***Strukturali sxema.***

Strukturali sxema tizim tarkibidagi zvenolarning o‘zaro bog‘lanishni hamda tizimdan signallarning o‘tishi va o‘zgarishini yaqqol tasvirlanganligi sababli amaliyotda ABT larni tadqiq qilishda hamda loyihalashtirishda juda keng qo‘llaniladi.

Tizimlarni tadqiq etishda ko‘p hollarda struktur sxemalarni o‘zgartirishga to‘g‘ri keladi.

a) ketma-ket ulangan zvenolar.

Zvenolar ketma-ket ulangan taqdirda oldingi zvenoning chiqishidagi kattalik keyingi zvenoning kirishidagi kattalik rolini o‘taydi (2.30-rasm).



2.30-rasm. ***Ketma-ket ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.***

Zvenolarning uzatish funksiyasi $W_i(p)$ ma’lum bo‘lsin. Shu bog‘lanishning uzatish funksiyasi $W(p)$ ni aniqlash talab etiladi.

$$\left.\begin{aligned} &y(p)=W_n(p)\cdot y_{n-1}(p)\\ &y_{n-1}(p)=W_{n-1}(p)\cdot y_{n-2}(p)\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ &y_2(p)=W_2(p)\cdot y_1(p)\\ &y_1(p)=W_1(p)\cdot x(p) \end{aligned}\right\} \qquad (2.27)$$

(2.27) tenglamalar tizimida oraliqdagi o‘zgaruvchilarni yo‘qotib, quyidagi ifoda olinadi:

$$y(p)=W_1(p)\cdot W_2(p)\ldots W_n(p)\cdot x(p),$$

bundan

$$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=W_1(p)\cdot W_2(p)\ldots W_n(p)$$

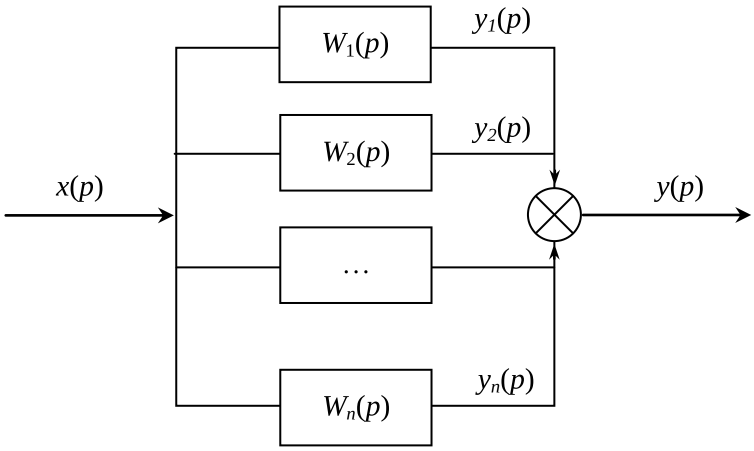
yoki

$$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=\prod_{i=1}^{n}W_i(p). \qquad (2.28)$$

Shunday qilib, zvenolari ketma-ket ulangan bog‘lanishning (ya’ni ochiq zanjirli tizimning) uzatish funksiyasi ayrim zvenolar uzatish funksiyasining ko‘paytmasiga teng bo‘lar ekan.

b) zvenolarning parallel ulanishi.

Bu holda hamma «*n*» ta zvenolarning kirishiga bitta signal ta’sir etadi, chiqish signallari esa qo‘shiladi (2.31-rasm).



2.31-rasm. ***Ketma-ket ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.***

$$y(p) = y_1(p) + y_2(p) + \ldots + y_n(p), \tag{2.29}$$

$$\left.\begin{array}{l} y_1(p) = W_1(p) \cdot x(p) \\ y_2(p) = W_2(p) \cdot x(p) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n(p) = W_n(p) \cdot x(p) \end{array}\right\}. \tag{2.30}$$

(2.30) tenglamani (2.29) tenglamaga qo‘yamiz va quyidagi ifodani olamiz:

$$y(p) = \left[W_1(p) + W_2(p) + \ldots + W_n(p)\right] \cdot x(p),$$

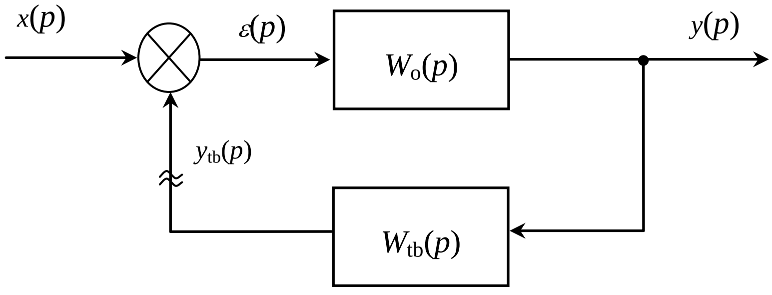
bundan

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = W_1(p) + W_2(p) + \ldots + W_n(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p). \tag{2.31}$$

Shunday qilib, zvenolar parallel ulangan bog‘lanishning uzatish funksiyasi undagi zvenolar uzatish funksiyalarining yig‘indisiga teng bo‘lar ekan.

d) zvenolarning teskari bog‘lanish zanjiri orqali ulanishi.

Bunday bog‘lanishning strukturali sxemasi 2.32-rasmda keltirilgan.



2.32-rasm. ***Teskari bog'lanish zanjiri orqali ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.***

Teskari bog'lanish manfiy va musbat bo'ladi. Agarda $\varepsilon(p) = x(p) - y_{tb}(p)$ bo'lsa, manfiy teskari bog'lanish aks holda musbat teskari bog'lanish deyiladi.

Tizimda teskari aloqani taqqoslovchi elementdan oldin ajratib, ochiq tizimni hosil qilamiz. Bunda ikkita ketma-ket ulangan zvenolarning bog'lanishi hosil bo'ladi. Shuning uchun ochiq tizimning uzatish funksiyasi

$$y(p) = W_o(p) \cdot \varepsilon(p), \tag{2.32}$$

$$\varepsilon(p) = x(p) \pm y_{tb}(p). \tag{2.33}$$

(2.33) tenglamani berk tizimning ulanish tenglamasi deyiladi.

$$y_{tb}(p) = W_{tb}(p) \cdot y(p). \tag{2.34}$$

(2.34) tenglamani oldin (2.33) ga keyin esa (2.32) tenglamaga qo'yib, berk tizimning uzatish funksiyasi aniqlanadi.

$$y(p) = W_o(p)\left[x(p) \pm W_{tb}(p) \cdot y(p)\right],$$

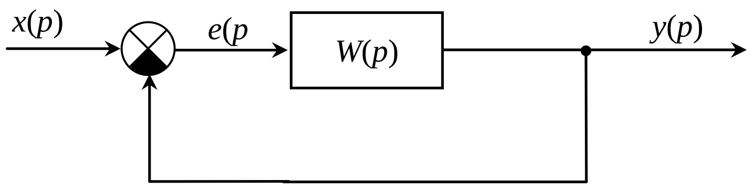
$$y(p) = \left[1 \mp W_o(p) W_{tb}(p)\right] = W_o(p) \cdot x(p),$$

$$\Phi(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{W_o(p)}{1 \mp W_o(p) W_{tb}(p)} = \frac{W_o(p)}{1 \mp W(p)}, \tag{2.35}$$

bu yerda, $W(p) = W_o(p) \cdot W_{tb}(p)$.

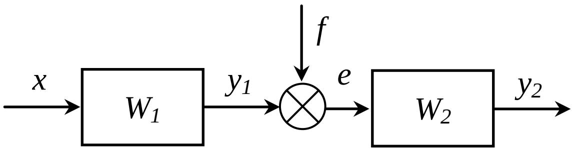
Ochiq tizimga birlik manfiy teskari bog'lanish kiritilganda berk tizimning uzatish funksiyasi (2.35) formulaga muvofiq quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi (2.33-rasm).

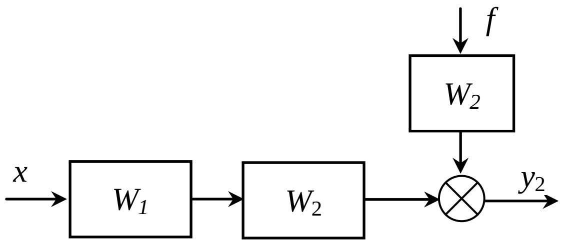
$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}.$$



2.33-rasm. ***Birlik manfiy teskari bog‘lan tizimning strukturali sxemasi.***

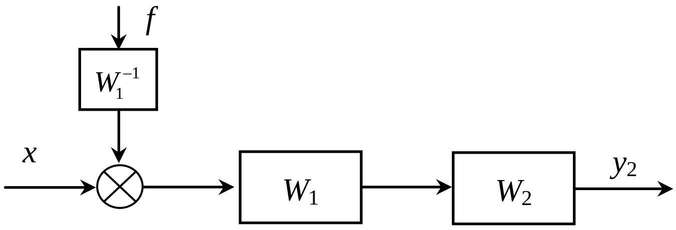
e) summatorni ko‘chirish.





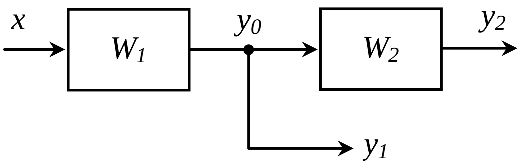
$$y_2 = [W_1 x + f]W_2,$$

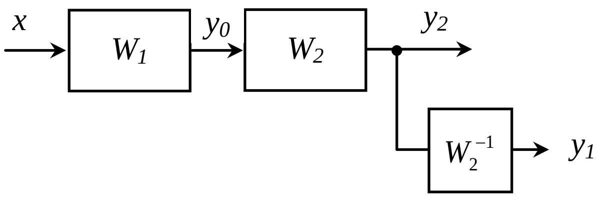
$$y_2 = W_1 W_2 x + W_2 f = W_2 [W_1 x + f]$$



$$y_2 = W_1^{-1} W_1 W_2 f + W_1 W_2 x = W_2 [f + W_1 x].$$

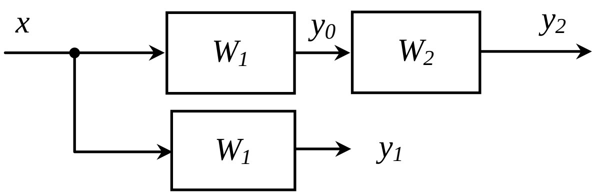
f) tugunni ko‘chirish.





$$y_1 = W_1 x,$$

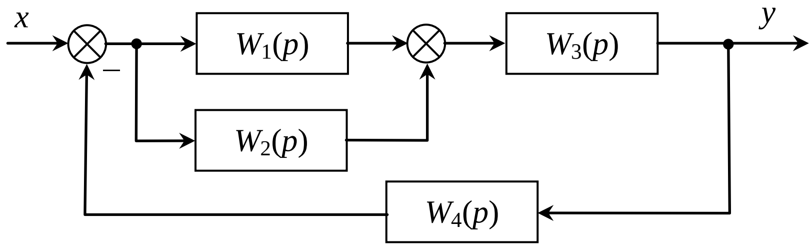
$$y_1 = W_1 W_2 W_2^{-1} x = W_1 x$$



$$y_1 = W_1 x.$$

2.5 - misol.

2.34-rasmda keltirilgan strukturali sxemadan tizimning umumiy uzatish funksiyasini aniqlang.



2.34-rasm. ***Tizimning strukturali sxemasi.***

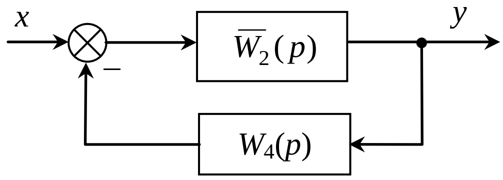
Yechish: Dastlab tipik ulangan zvenolarning uzatish funksiyalarini aniqlaymiz: parallel ulangan zvenolarning uzatish funksiyasi

$$\overline{W}_1(p) = W_1(p) + W_2(p),$$

ketma-ket ulangan zvenolarning uzatish funksiyasi

$$\overline{W}_2(p) = \overline{W}_1(p) W_3(p).$$

Kiritilgan belgilashlarni hisobga olib, tizimning tuzilishini 2.35-rasmda ko‘rsatilgan ko‘rinishga keltirish mumkin.



2.35-rasm. ***Ekvivalent tizimning strukturali sxemasi.***

Strukturali o‘zgartirishlardan foydalanib, tizimning umumiy uzatish funksiyasini yozamiz

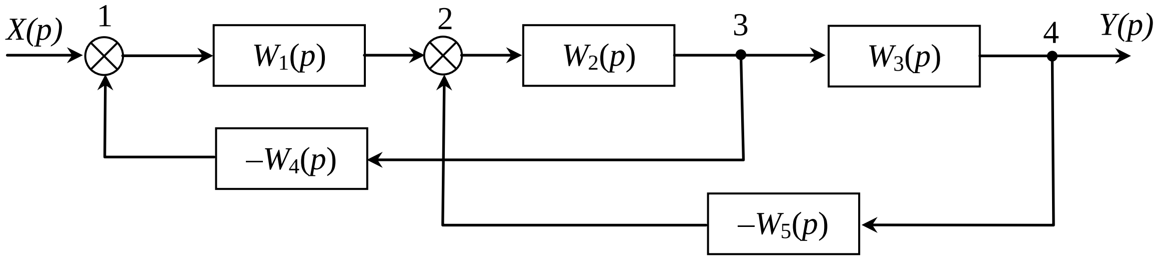
$$W(p) = \frac{\overline{W}_2(p)}{1 + \overline{W}_2(p)\, W_4(p)}.$$

$\overline{W}_1(p)$ va $\overline{W}_2(p)$ larning o‘rniga qiymatlarini qo‘yib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$W(p) = \frac{\left[W_1(p) + W_2(p)\right] W_3(p)}{1 + \left[W_1(p) + W_2(p)\right] W_3(p) W_4(p)}.$$

2.6 - misol.

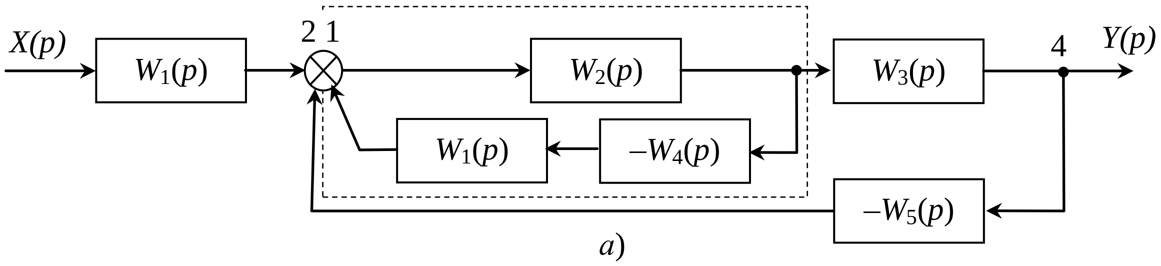
Boshqarish tizimining ko‘pkonturli strukturali sxemasi berilgan (2.36-rasm). Struktur o‘zgartirish qoidalari bo‘yicha tizimning strukturali sxemasini soddalashtiring va uzatish funksiyasini aniqlang.



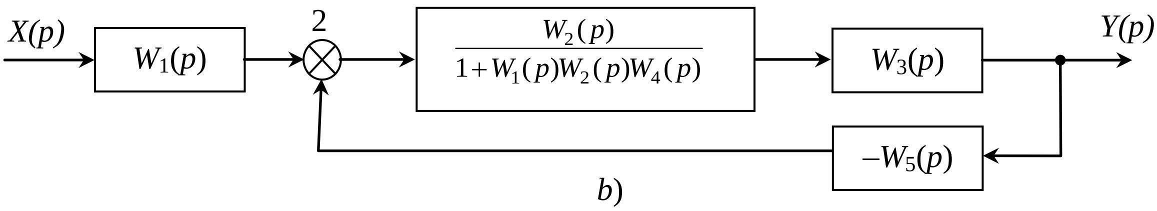
2.36-rasm. ***Tizimning strukturali sxemasi.***

Yechish: 1) Sxemani soddalashtirish usullaridan foydalanib, summator yoki tugunni elementlararo shunday ko‘chirish kerakki, qisqa yo‘l bilan uni soddalashtirish mumkin bo‘lsin. Buning uchun bir nechta variant mavjud:

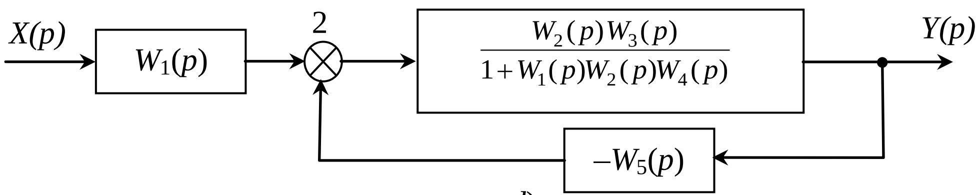
1) summator 1 ni $W_1(p)$ zveno orqali signal yo‘nalishi bo‘yicha ko‘chirish (2.37,*a*-rasm);



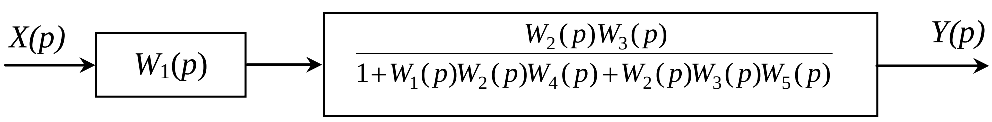
a)



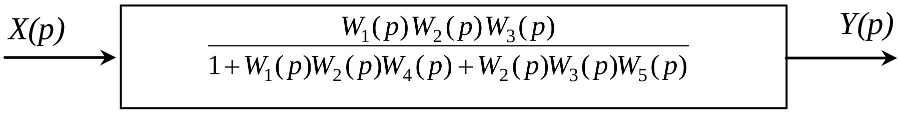
b)



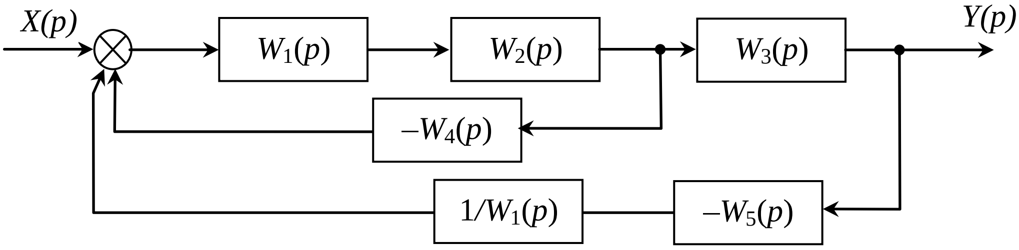
d)



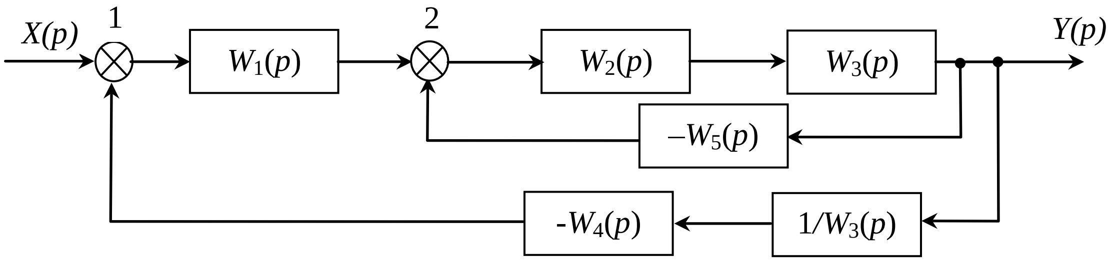
e)



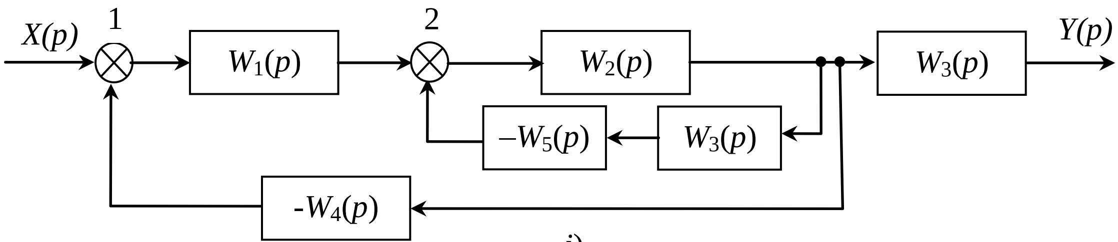
f)



g)



h)



i)

2.37-rasm.

2) summator 2 ni $W_1(p)$ zveno orqali signalga teskari yo‘nalish bo‘yicha ko‘chirish (2.37,*g*-rasm);

3) tugun 3 ni $W_3(p)$ zveno orqali signal yo‘nalishi bo‘yicha ko‘chirish (2.37,*h*-rasm), bunda tugun 4 bilan tugun 3 bir-birini qoplaydi;

4) tugun 4 ni $W_3(p)$ zveno orqali signalga teskari yo‘nalish bo‘yicha ko‘chirish (2.37,*i*-rasm).

Istalgan holatda biz manfiy bir-birini kesib o‘tmaydigan bog‘lanishli ko‘pkonturli sxemani olamiz. So‘ngra 2.37,*a*-*f*-rasmda ko‘rsatilgan kabi teskari aloqaning ichki konturidan boshlab soddalashtirib boramiz.

Tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$W(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}=\frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_4(p)+W_2(p)W_3(p)W_5(p)}. \qquad (2.36)$$

Ochiq tizimning chastotaviy xarakteristikalari. Agarda har bir zvenoning uzatish funksiyasi $W_i(p)$ ma'lum bo'lsa, u holda

$$W(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p). \tag{2.37}$$

ifodadan foydalanib ochiq tizimning chastotali xarakteristikalarini quyidagicha hisoblash mumkin

$$W(j\omega) = W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) \cdot \ldots \cdot W_n(j\omega).$$

Ochiq tizimning AFX sini qurishda zvenolarning amplituda-chastotali xarakteristikalari ko'paytirilib, faza-chastotali xarakteristikalari esa qo'shiladi

$$W(j\omega) = \left[A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \cdot \ldots \cdot A_n(\omega)\right] e^{j[\varphi_1(\omega)+\varphi_2(\omega)+\ldots+\varphi_n(\omega)]} = \\ = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega) \cdot e^{j\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(\omega)}. \tag{2.38}$$

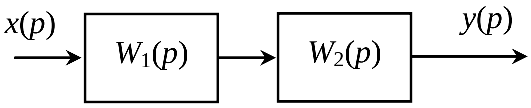
Agarda har bir zvenoning AFX $W(j\omega)$si berilgan bo'lsa, unda ochiq tizimning AFX sini $W(j\omega)$ni qurish uchun har bir aniqlangan chastota uchun $|W_i(j\omega)|$ vektorlar modullarini ko'paytirish va hosil bo'lgan vektorni

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \ldots + \varphi_m(\omega)$$

burchak ostida yo'naltirish kerak.

Yuqorida aytilganlarni misollarda ko'rib chiqamiz.

2.7-misol. Ketma-ket ulangan ikki zvenoning uzatish funksiyasi berilgan bo'lsin (2.38-rasm.)



2.38-rasm. ***Ketma-ket ulangan ikkita zvenoning strukturali sxemasi.***

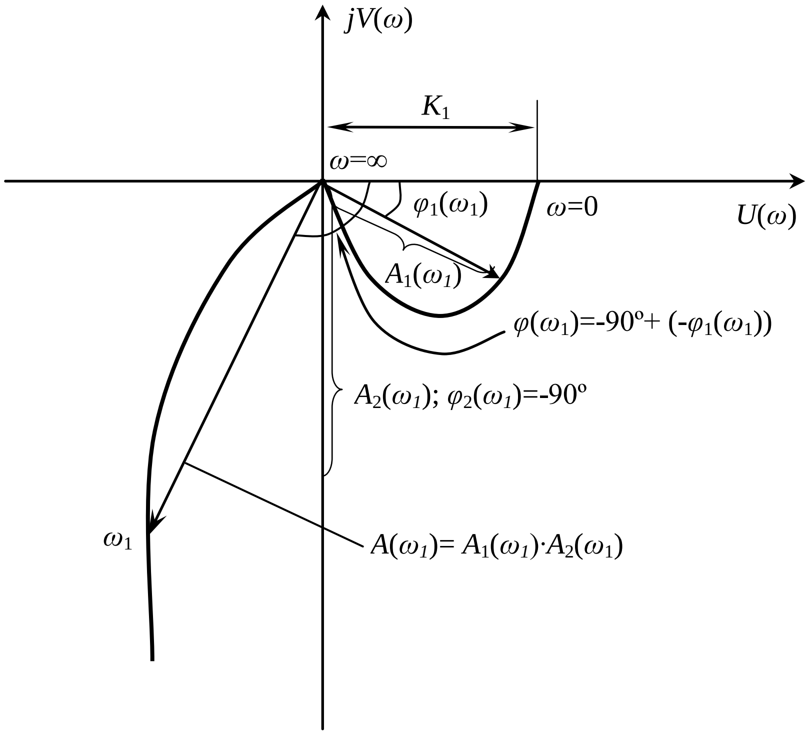
$$W_1(p) = \frac{K}{1 + pT_1}; \quad W_2(p) = \frac{1}{p}.$$

Bunda ochiq tizimning uzatish funksiyasi

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) = \frac{K}{p(1+pT_1)};$$

chastotali uzatish funksiyasi esa $W(j\omega) = W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) = \frac{K}{(1+j\omega T_1)j\omega}$ bo‘ladi.

Inersial zvenoning AFX $W_1(j\omega)$ si va ideal integrallovchi zvenoning AFX $W_2(j\omega)$ sining grafigi ma’lum. Shuning uchun bu zvenolarning AFX si chizib olinadi hamda har bir belgilangan chastota uchun bu zvenolarning amplitudalarini ko‘paytirib, $\varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) = \varphi(\omega)$ yoki $\varphi(\omega) = -90^\circ - \varphi_1(\omega)$ burchak ostida yo‘naltiriladi (2.39-rasm).



2.39-rasm. ***Amplituda fazali xarakteristika.***

Masalan, ω_1 chastotaga to‘g‘ri kelgan nuqta uchun inersial zvenoning amplitudasi $A_1(\omega_1)$ ga fazasi esa $\varphi_1(\omega_1)$ ga, integrallovchi zvenoning amplitudasi $A_2(\omega_1)$ga fazasi esa o‘zgarmas $\varphi_2(\omega) = -90^\circ$ ga teng bo‘ladi.

(2.38) ifodaga muvofiq bu chastota uchun $A(\omega_1) = A_1(\omega_1) \cdot A_2(\omega_1)$ bo‘lib, bu amplitudani $\varphi(\omega_1) = -90^\circ + (-\varphi_1(\omega_1))$ burchak ostida yo‘naltiriladi. Har bir belgilangan chastota uchun yuqoridagi tadbirlar qaytariladi va umumiy AFX chiziladi.

2.8. Ko‘p o‘lchamli obyektlarni vektor-matritsa shaklida ifodalash

Zamonaviy boshqarish tizimlarida bir necha kirish va bir necha chiqish o‘zgaruvchili obyektlar ko‘plab uchraydi. Bunday obyektlarni ko‘p o‘lchamli deyiladi.

Boshqarish obyeklarining o‘zi ko‘p o‘lchamli obyektlardir. Ko‘p o‘lchamlilik boshqarish tizimining boshqa qismida ham bo‘lishi mumkin.

Chiqish o‘zgaruvchilari, odatda, o‘lchash mumkin bo‘lgan haqiqiy fizik kattaliklardir. Biroq, chiqish o‘zgaruvchisi sifatida bir necha mavhum o‘zgaruvchilar bo‘lishi mumkin, masalan, real chiqish o‘zgaruvchisining hosilasi aniq fizik ma’noga ega emas, u holda bitta kirish va bitta chiqishli obyetlarni ham ko‘p o‘lchamli sifatida qarashimiz mumkin (bunda differensial tenglamaning tartibi ikki va undan yuqori bo‘lishi kerak).

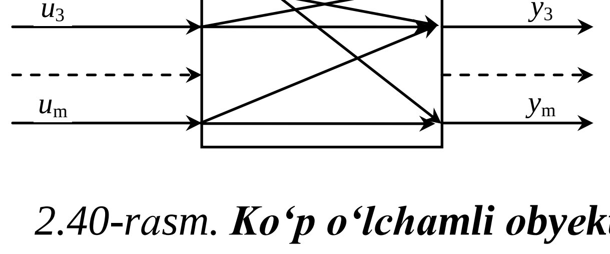
Har qanday chiziqli ko‘p o‘lchamli obyektlarning uzatish xossalarining matematik ifodasi ikki xil shakldа amalga oshirilishi mumkin:

1) real kirish va chiqish o‘zgaruvchilari uchun ifodalanadigan dinamik xarakteristikalar (differentsial tenglamalar, vaqt, uzatish va chastotaviy funksiyalar) dan foydalanish (kirish-chiqish ko‘rinishida ifodalash);

2) Mavhum chiqish o‘zgaruvchilar uchun ifodalanadigan Koshi shaklidagi differensial tenglamalardan foydalanish.

2.9. Avtomatik boshqarish tizimini “kirish-chiqish” ko‘rinishida ifodalash

Ko‘p o‘lchamli obyekt *m* kirish o‘zgaruvchi va *n* chiqish o‘zgaruvchilariga ega bo‘lsin (2.40-rasm).



2.40-rasm. ***Ko‘p o‘lchamli obyekt.***

Umumiy holda har bir kirish o‘zgaruvchilari har bir chiqish o‘zgaruvchilari bilan bog‘langan. Agar barcha kanallar $u_k - y_l$ o‘zaro aloqasi bo‘yicha chiziqli (chiziqlantirilgan) bo‘lsa, u holda umumiy holatda obyektlarni quyidagi tizim ko‘rinishida ifodalash mumkin:

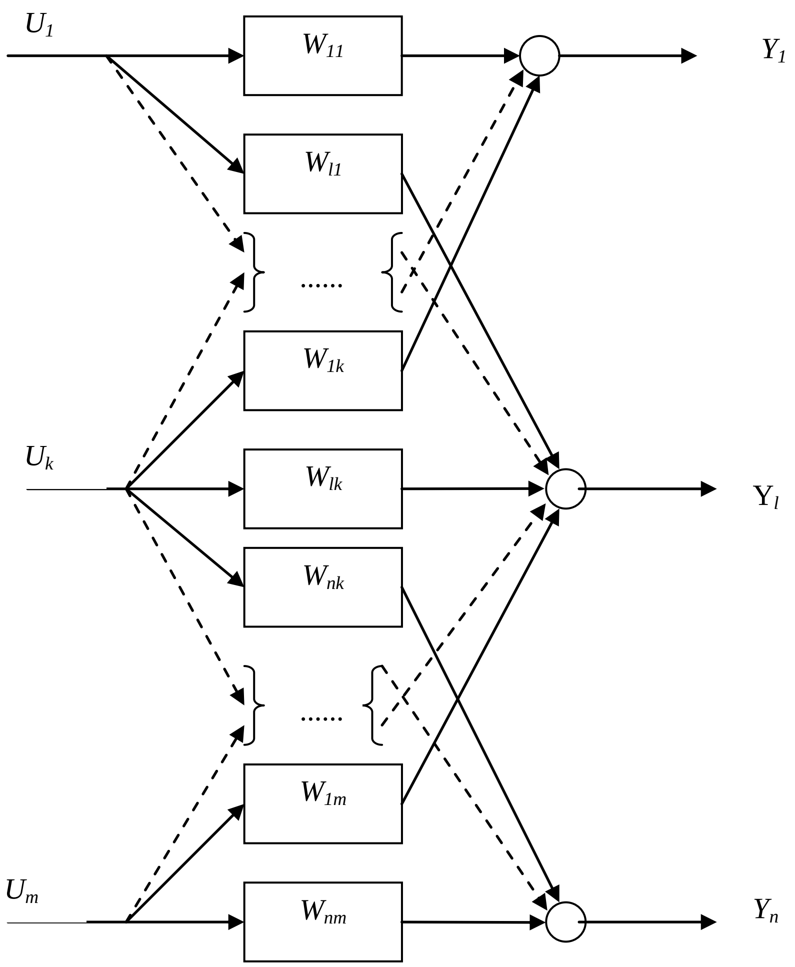
$$\sum_{l=1}^{n} D_{il}(p) y_l(t) = \sum_{k=1}^{m} K_{ik}(p) u_k(t)\, ,\ i = 1{,}2 \ldots n\, ,$$

bu yerda, $D_{il}(p), K_{ik}(p)$ – kirish va chiqishning differensial operatorlari.

Vektor tenglama ko‘rinishida esa

$$D(p)Y(t) = K(p)U(t)\, ,$$

bu yerda $U(t), Y(t)$ – kirish va chiqish o‘zgaruvchilari vektori $U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$, $D(p), K(p)$ – operator matritsalari $\underset{n\times n}{D_{il}}(p), \underset{n\times m}{K_{ik}}(p)$.



2.41-rasm. ***Ko‘p o‘lchamli obyektni kirish-chiqish ko‘rinishida ifodalangan sxemasi.***

Agar boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lsa, unda Laplas bo‘yicha tasviri

$$D(p)Y(p) = K(p)U(p).$$

Endi ob‘yektning uzatish funksiyasi matritsasini (uzatish matritsasini) aniqlash mumkin:

$$W(p) = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & \cdots & W_{1m}(p) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ W_{n1}(p) & \cdots & W_{nm}(p) \end{bmatrix} = D^{-1}(p)K(p).$$

Ushbu matrisaning elementlari o‘zida alohida kanallar $u_k - y_l$ bo‘yicha uzatish funksiyasini $W_{lk}(p)$ aks ettiradi. Agar $D(p)$ diagonalli bo‘lsa, unda $W_{lk}(p)$ uzatish funksiyasini aniqlashdan foydalanib oson topiladi:

$$W_{lk}(p) = \frac{y_l(p)}{u_k(p)} = \frac{K_{ik}(p)}{D_{il}(p)}, \; i = 1,2\ldots n.$$

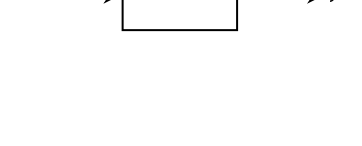
Unda tizimni vektorli operator tenglamasi yordamida ifodalash mumkin

$$Y(p) = W(p)U(p)$$

va boshlang‘ich sxemani boshqasi bilan almashtiriladi (2.41-rasm):

2.10. Avtomatik boshqarish tizimini fazo holatida ifodalash

Ma’lum topshiriq ta’sirlari orqali tizimning o‘zini tutishini bashoratlashga imkon beruvchi obyekt to‘g‘risidagi minimal axborot ***ABTning*** **h*olati*** deyiladi.



ABN nuqtayi nazardan obyekt o‘zida qora qutini aks ettiradi.

Vaqtning ixtiyoriy onida obyekt holatini uchta vektorli fazoni aniqlaydi:

1) **Kirishdagi** vektorli fazo $U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$ obyektning (umumiy holda – boshqaruvchi, xalaqit va yuklama) kirish ta'sirlarini aniqlaydi.

2) **Ichki holat** vektorli fazo $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_l \end{bmatrix}$ kirish ta'sirida tizimning reaksiyasini aniqlaydi.

3) **Chiqishdagi** vektorli fazo $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$ chiqish o'zgaruvchilarini aniqlaydi.

Ushbu vektorlar yig'indisi tizimning holatini (fazo holatini) aniqlaydi.

Uzluksiz chiziqli tizim uchun obyektning dinamika va statikasi quyidagi vektorli tenglama ko'rinishida ifodalaniladi:

$$\begin{cases} \dfrac{dX(t)}{dt} = A^* X(t) + B^* U(t) \\ Y(t) = C^* X(t) + D^* U(t), \end{cases} \tag{2.40}$$

bu yerda, A^* – ABTning koeffitsiyentlar matritsasi; B^* – ABTning boshqarish (kirishdagi) matritsasi (g'alayon ko'rilmaydi); $A^* = \left[a_{ij}\right]_{l\times l}$, $B^* = \left[b_{ij}\right]_{l\times n}$ – obyektning konstruktiv parametrlariga bog'liq bo'lgan doimiy koeffitsiyentlar matritsalari; C^* – ABTning kuzatish (chiqishdagi) matritsasi; D^* – ABTning aylanib o'tish matritsasi.

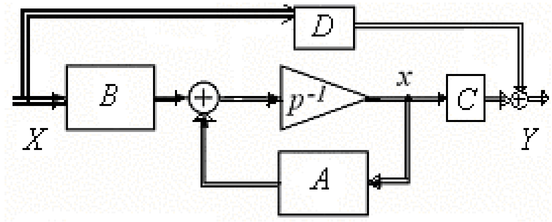
$C^* = \left[c_{ij}\right]_{m\times l}$, $D^* = \left[d_{ij}\right]_{m\times n}$ – obyekt chiqishida holat va kirish ta'siri o'zgaruvchilarini inersiyasiz ta'sirini tavsiflovchi doimiy koeffitsiyentli matritsalar.

Ushbu ifoda ABTni har tomonlama aks ettirish imkonini beradi:

– birinchi tenglama ABTni dinamikasini ifodalaydi va *holat tenglamasi* deyiladi.

– ikkinchi tenglama ABTni statikasini ifodalaydi va chiqish (kuzatish) tenglamasi deyiladi. Bu tenglamalar chiqish (kuzatiluvchi) o‘zgaruvchilari bilan holat o‘zgaruvchilari va kirish ta’sirlarini bog‘laydi.

(2.40) tenglama ko‘rinishida holat o‘zgaruvchilari yordamida ifodalangan obyekt modeli quyidagi algoritmik sxemaga mos keladi (2.42-rasm):



2.42-rasm. ***Obyekt modelining algoritmik sxemasi.***

Zvenoda $\dot{X}$ va X lar orasida quyidagi bog‘liqlik mavjud:

$$X = \frac{1}{p} I\dot{X},$$

bu yerda, $\frac{1}{p}$ – integrallash operatori, I – birlik matritsa.

Holat va chiqish tenglamalaridan quyidagi ko‘p o‘lchamli chiziqli obyektning statistik matritsali tenglamasini olish mumkin:

$$Y = K_U U,$$

bu yerda, $K_U = D^* - C^*(A^*)^{-1}B^*$ – obyektning uzatish koeffitsiyentlari matritsasi.

Amaliyotda kirish vektori va ichki holatni birgalikda birlashtirilsa qulay bo‘ladi:

$V = \begin{bmatrix} U(t) \\ X(t) \end{bmatrix}$ – umumlashtirilgan holat vektori.

Shunday qilib, tenglamalar tizimini olamiz:

$$\begin{cases} \dfrac{dX(t)}{dt} = A \cdot V(t), \\ Y(t) = C \cdot V(t). \end{cases}$$

Unda (2.40) tizimni quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin:

$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B^* & A^* \end{bmatrix}$ – koeffitsiyentlar matritsasi;

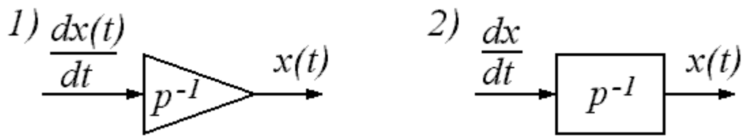
$C = \begin{bmatrix} D^* & C^* \end{bmatrix}$ – chiqish matritsasi.

Fazo holatida tizimlarni grafik ko‘rinishi sifatida A, C matritsalarni oson olishga imkon beruvchi holat o‘zgaruvchilari sxemalarining maxsus strukturali sxemalari taklif etiladi.

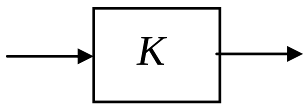
2.11. Holat o‘zgaruvchilari sxemalari

Holat o‘zgaruvchilari sxemalari quyidagi asosiy elementlardan tashkil topgan:

1. Holat o‘zgaruvchilari sxemalari asosida birlik integrator yotadi:



2. Holat o‘zgaruvchilari sxemalarining keyingi asosiy elementi proporsional (inersiyasiz) zveno hisoblanadi:



3. Summator.

Holat o‘zgaruvchilari sxemalari obyektning uzatish funksiyasi bo‘yicha quriladi. Holat sxemasini qurishning uch usuli mavjud:

– bevosita dasturlashtirish (bazali) usuli;
– parallel dasturlashtirish usuli;
– ketma-ket dasturlashtirish usuli.

Bevosita dasturlashtirish (bazali) usuli. ABTning ifodasi uzatish funksiyasi ko‘rinishida berilgan bo‘lsin:

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n}, \text{ bu yerda } n = m.$$

Holat o‘zgaruvchilari sxemalarini bazali usulda qurish algoritmi.

1. *O‘zgartirilgan* uzatish funksiyasini olamiz: berilgan surat va maxrajlarni eng yuqori darajali p ga bo‘lamiz, shuningdek a_0 koeffitsiyentga ham. Agar $m>n$ bo‘lsa, holat o‘zgaruvchilari sxemalarini qurib bo‘lmaydi.

$$W(p)=\frac{b_0+b_1p^{-1}+\ldots+b_{n-1}p^{-n+1}+b_np^{-n}}{a_0+a_1p^{-1}+\ldots+a_{n-1}p^{-n+1}+a_np^{-n}}\left|\begin{matrix}\div a_0\\ \div a_0\end{matrix}\right.$$

$$W(p)=\frac{\frac{b_0}{a_0}+\frac{b_1}{a_0}p^{-1}+\ldots+\frac{b_{n-1}}{a_0}p^{-n+1}+\frac{b_n}{a_0}p^{-n}}{1+\frac{a_1}{a_0}p^{-1}+\ldots+\frac{a_{n-1}}{a_0}p^{-n+1}+\frac{a_n}{a_0}p^{-n}};$$

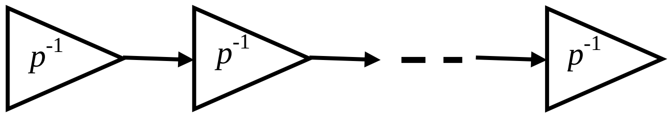
$$W(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}\Rightarrow Y(p)=W(p)\cdot U(p);$$

$$Y(p)=E(p)\left(\frac{b_0}{a_0}+\frac{b_1}{a_0}p^{-1}+\ldots+\frac{b_{n-1}}{a_0}p^{-n+1}+\frac{b_n}{a_0}p^{-n}\right),\ \text{bu yerda E(p)} - \text{xatolik.}$$

$$E(p)=\frac{U(p)}{1+\frac{a_1}{a_0}p^{-1}+\ldots+\frac{a_{n-1}}{a_0}p^{-n+1}+\frac{a_n}{a_0}p^{-n}}.$$

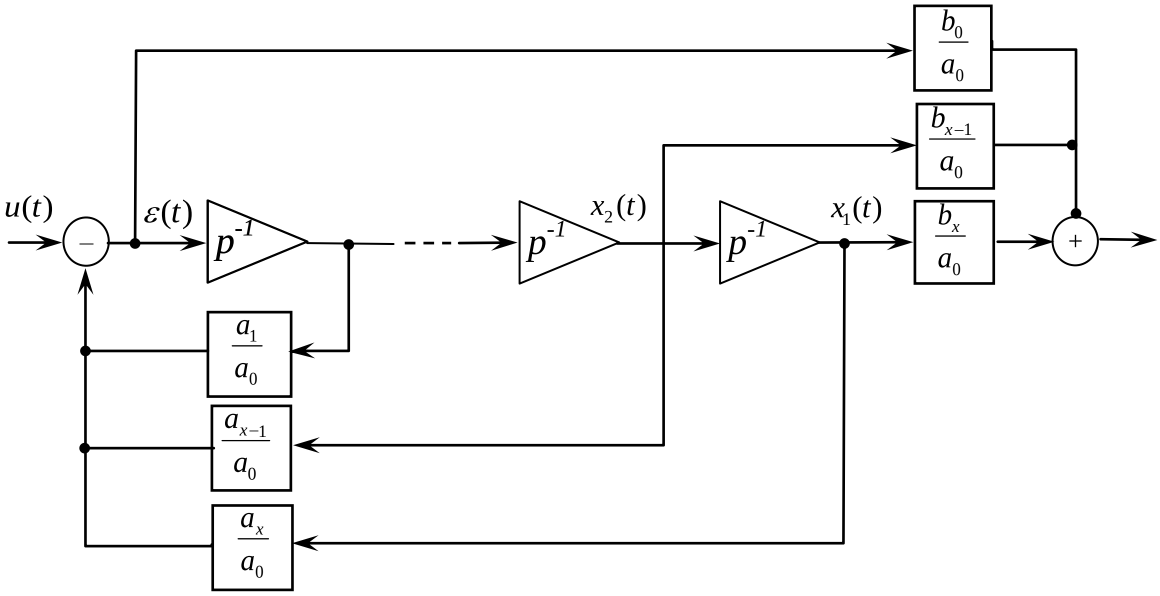
$$E(p)=U(p)-E(p)\frac{a_1}{a_0}p^{-1}-\cdots-E(p)\frac{a_n}{a_0}p^{-n}.$$

2. *k* birlik integratordan ketma-ket zanjir quramiz, bu yerda, *k* – o‘zgartirilgan uzatish funksiyasi suratining *p* darajali maksimal moduli.



3. O‘zgartirilgan uzatish funksiyasining surati to‘g‘ri aloqa tarmog‘ini qurishga imkon beradi. Har bir (*i*-chi) integrator chiqishi mos ravishda koeffitsiyent ($\frac{b_i}{a_0}$)ga ko‘paytiriladi, so‘ngra olingan signallar yig‘iladi. Agar koeffitsiyent ($\frac{b_i}{a_0}$) = 0 bo‘lsa, u holda mos ravishda signallar qatnashmaydi. O‘zgartirilgan uzatish funksiyasining qo‘shiluvchi suratlari soni chiqish signalini hosil qiluvchi signallar soniga teng bo‘ladi.

$\frac{b_0}{a_0}$ koeffitsiyent xatolik signaliga mos bo‘ladi. Agar $m<n$ bo‘lsa, u holda xatolik signaliga muvofiq koeffitsiyent nolga teng bo‘ladi.



4. O‘zgartirilgan uzatish funksiyasining maxraji teskari aloqa (analogik) chiziqlarini qurishga imkon beradi. (+) belgili maxraj koef-fitsiyentlari manfiy teskari aloqaga mos keladi va aksincha. Maxrajda bir bo‘lishi shart, lekin u holat o‘zgaruvchilari sxemalarida aks etmaydi.

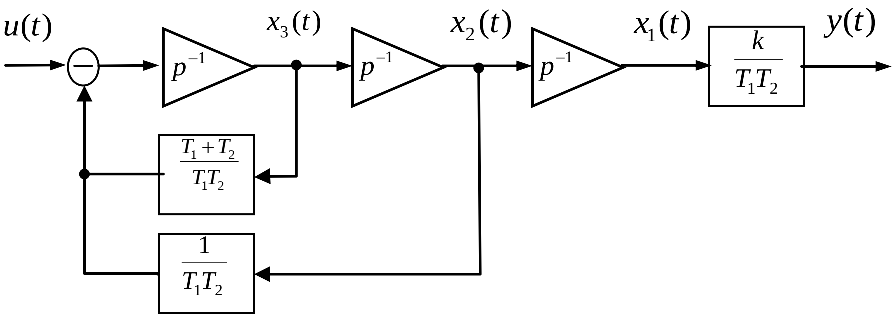
2.8-misol. Quyidagi uzatish funksiyasini ko‘rib chiqamiz:

$$W(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

uni

$$W(p) = \frac{k}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p} = \frac{\dfrac{k}{T_1 T_2} p^{-3}}{1 + \dfrac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} p^{-1} + \dfrac{1}{T_1 T_2} p^{-2}}$$

ga o‘zgartiramiz. Berilganlar bo‘yicha sxema quramiz:



Holat o‘zgaruvchilarining ushbu sxemasi bo‘yicha tenglamalar tizimini tuzamiz. Kengaytirilgan vektorni ko‘ramiz:

$$V=\begin{bmatrix} u \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \text{ chiqish vektori - } Y=[y_1].$$

$u(t)$ – birlik pog‘onali funksiya bo‘lsa, u holda tenglamalar tizimi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt}=0; \\ \dfrac{dx_1}{dt}=x_2; \\ \dfrac{dx_2}{dt}=x_3; \\ \dfrac{dx_3}{dt}=u-\dfrac{T_1+T_2}{T_1\cdot T_2}x_3+x_2\left(-\dfrac{1}{T_1\cdot T_2}\right); \end{cases}$$

$y(t)$ uchun tenglama tuzamiz: $y(t)=\dfrac{k}{T_1T_2}x_1$.

Matritsa koeffitsiyentlarini aniqlaymiz:

$$A=\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} u & x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -\dfrac{1}{T_1T_2} & -\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2} \end{bmatrix} \end{array}.$$

Chiqishda matritsa: $C=\begin{bmatrix} 0 & \dfrac{k}{T_1T_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Ya’ni, agar matritsali ko‘rinishda yozadigan bo‘lsak, unda quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

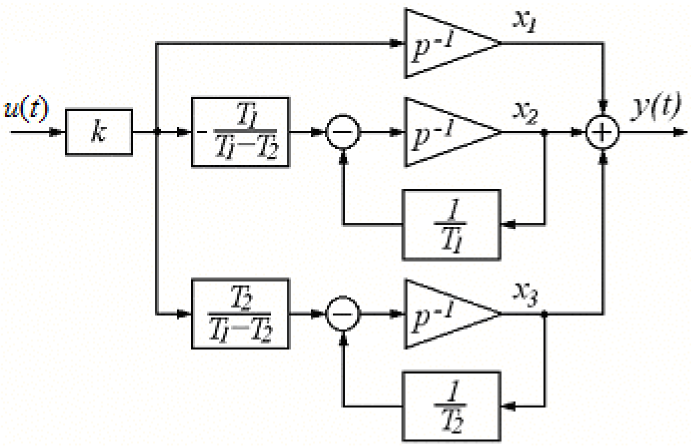
$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt}=A\cdot V(t), \\ Y(t)=C\cdot V(t). \end{cases}.$$

Ketma-ket va parallel dasturlashtirish usuli. Ushbu holatda berilgan strukturali sxema bog‘langan zvenolar ko‘rinishida yoki oddiy zvenolar uzatish funksiyalarining ko‘paytmasi (yoki yig‘indisi) ko‘rinishida bo‘ladi. Bunda holat o‘zgaruvchilari sxemasi zvenolarning har biri (tayanch usullar) uchun holat o‘zgaruvchilari sxemasini ketma-ket qurish yo‘li bilan olinadi.

2.9-misol:

$$W(p)=\frac{k}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}=k\left(p^{-1}-\frac{T_1}{T_1-T_2}\cdot\frac{p^{-1}}{1+\frac{1}{T_1}p^{-1}}+\frac{T_2}{T_1-T_2}\cdot\frac{p^{-1}}{1+\frac{1}{T_2}p^{-1}}\right).$$

Holat sxemasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:



Tenglamalar tizimini tuzamiz:

$$\begin{cases}\dfrac{du}{dt}=0;\\ \dfrac{dx_1}{dt}=ku;\\ \dfrac{dx_2}{dt}=k\left(\dfrac{-T_1}{T_1-T_2}\right)u-\dfrac{1}{T_1}x_2;\\ \dfrac{dx_3}{dt}=k\dfrac{T_2}{T_1-T_2}u-\dfrac{1}{T_2}x_3;\\ y=x_1+x_2+x_3.\end{cases}$$

Unda A matritsa koeffitsiyentlari quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 \\ k\dfrac{-T_1}{T_1 - T_2} & 0 & -\dfrac{1}{T_1} & 0 \\ k\dfrac{T_2}{T_1 - T_2} & 0 & 0 & -\dfrac{1}{T_2} \end{bmatrix}.$$

Matritsa C esa quyidagiga teng: $C = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$.

2.12. "Kirish-chiqish" va fazo holati ko'rinishidagi ifodalarning o'zaro aloqasi

Kirish-chiqish ko'rinishida ifodalagan tenglama berilgan bo'lsin

$$\begin{cases} \dfrac{dX(t)}{dt} = A^* X(t) + B^* U(t), \\ Y(t) = C^* X(t) + D^* U(t). \end{cases} \tag{2.41}$$

Boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda $W(p) = \dfrac{Y(p)}{U(p)}$, u holda (2.41) ifodadagi birinchi tenglama quyidagicha bo'ladi:

$$pX(p) = A^* X(p) + B^* U(p),$$
$$(pI - A^*) X(p) = B^* U(p),$$
$$X(p) = (pI - A^*)^{-1} B^* U(p).$$

$Y(p)$ni o'rniga qo'ysak:

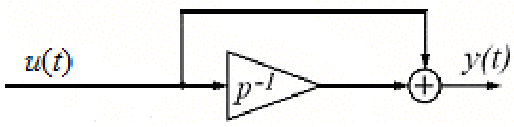
$$Y(p) = C^*(pI - A^*)^{-1} B^* U(p) + D^* U(p),$$
$$\frac{Y(p)}{U(p)} = W(p) = C^*(pI - A^*)^{-1} B^* + D^*.$$

Bundan ko'rinib turibdiki, $(pI - A^*)^{-1}$ matritsasining aniqlovchisi ($\det(pI - A^*)$) tizimning xarakteristik tenglamasi hisoblanadi, chunki

$$C^*(pI-A^*)^{-1}B^*+D^*=\frac{C^*\cdot bog'\cdot B^*}{\det(pI-A^*)}+D^*.$$

2.10-misol.

Agar holat o‘zgaruvchilari sxemasi quyidagi ko‘rinishda bo‘lsa, uzatish funksiyasini oling:



A*=[0],B*=[1], C*=[1], D*=[1],

$$W(p)=C^*\cdot(pI-A^*)^{-1}\cdot B^*+D^*=\frac{[1]\cdot[1]\cdot[1]}{p}+[1]=\frac{1}{p}+1=\frac{p+1}{p}.$$

2.13. O‘tish matritsasi. O‘tish matritsasini olishning analitik ko‘rinishi

ABT ifodasi berilgan bo‘lsin:

$$\begin{cases}\dfrac{dV(t)}{dt}=A\cdot V(t),\\ Y(t)=C\cdot V(t).\end{cases}\qquad(2.42)$$

Ushbu tenglamalar tizimining yechimini topish kerak.

Ushbu tizimni yechish uchun (2.42) tenglamadagi birinchi tenglamaga Laplas to‘g‘ri almashtirishini qo‘llaymiz, boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lmasligini ham hisobga olgan holda (tadqiq qilayotganda biz odatda boshlang‘ich shartlar nolga teng deb hisoblaymiz, aslida esa boshqacha bo‘lishi ham mumkin):

$$\frac{dV(t)}{dt}=A\cdot V(t),$$

$$pV(p)-V(0)=A\cdot V(p)\quad\rightarrow\quad pV(p)-A\cdot V(p)=V(0).$$

Guruhlashtiramiz:

$$(pI-A)\cdot V(p)=V(0),\qquad(2.43)$$

bu yerda, $(pI-A)$ kvadrat matritsa; I – birlik matritsa.

(2.43) tenglamaning chap tarafini (pI-A) ning teskari matritsasiga ko‘paytiramiz:

$$V(p) = (pI - A)^{-1} V(0),$$

$$V(p) = \Phi(p) V(0),$$

$\Phi(p)$ – o‘tish matritsasining tasviri.

Laplas teskari almashtirishini qo‘llab, quyidagini olamiz:

$$V(t) = \underbrace{L^{-1}\left\{(pI - A)^{-1}\right\}}_{\Phi(t)} \cdot V(0).$$

Shunday qilib, tenglama yechimi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$V(t) = \Phi(t) V(0),$$

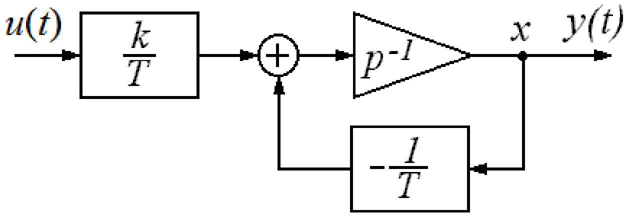
bu yerda, $\Phi(t)$ – o‘tish (kengaytirilgan) matritsasi, $\Phi(t) = L^{-1}\left\{(pI - A)^{-1}\right\}$.

Ushbu tenglamani tahlil qilib, agar boshlang‘ich shartlar ma’lum bo‘lsa (ular odatda ma’lum), u holda tizim o‘zini tutishini, ixtiyoriy t vaqtda o‘zgaruvchilar qiymati to‘g‘risida hammasini bilish uchun o‘tish matritsasini topish kerak bo‘ladi.

Bu matritsani uch usulda olish mumkin, birinchisi – analitik – biz yuqorida ko‘rib chiqqan – $\Phi(t) = L^{-1}\left\{(pI - A)^{-1}\right\}$ ni aniqlashda matritsani olish algoritmi.

2.11-misol:

Aperiodik zvenoni ko‘rib chiqamiz – $W(p) = \dfrac{k}{p+1}$.



$$T=1, \quad \begin{cases} \dfrac{du}{dt} = 0; \\ \dfrac{dx}{dt} = ku - x; \end{cases} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k & -1 \end{bmatrix}$$

$\Phi(t)$ ni topamiz:

$$pI = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix}; \quad (pI - A) = \begin{bmatrix} p & 0 \\ -k & p+1 \end{bmatrix}; \quad \Delta = p(p+1); \quad (pI - A)^T = \begin{bmatrix} p & -k \\ 0 & p+1 \end{bmatrix};$$

$$[pI-A]_{qo'shish}=\begin{bmatrix} p+1 & 0 \\ k & p \end{bmatrix};\quad \{pI-A\}^{-1}=\frac{1}{p(p+1)}\cdot\begin{bmatrix} p+1 & 0 \\ k & p \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{p} & 0 \\ \frac{k}{p(p+1)} & \frac{1}{p+1} \end{bmatrix};$$

$$\Phi(t)=L^{-1}\left\{(pI-A)^{-1}\right\}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k(1-e^{-t}) & e^{-t} \end{bmatrix}$$ – Laplas jadvali bo‘yicha qiymatlar.

2.14. Holat o‘zgaruvchilari sxemasi bo‘yicha o‘tish matritsalari tasvirini olish

O‘tish matritsasi quyidagi ko‘rinishda desak

$$\Phi(t)=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n-1} & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & & f_{2n-1} & f_{2n} \\ \vdots & & \ddots & & \\ f_{n-1,1} & & & \ddots & f_{n-1n} \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn-1} & f_{nn} \end{bmatrix}\quad V(t)=\Phi(t)\cdot V(0)\text{'}$$

umumlashgan vektorning *i*-chi tashkil etuvchisini quyidagicha yozish mumkin:

$$v_i(t)=f_{i1}v_1(0)+f_{i2}v_2(0)+\ldots+f_{ij}v_j(0)+\ldots+f_{in}v_n(0).$$

Ushbu tenglamada $\begin{matrix} v_j(0)=1 \\ v_k(0)=0\big|_{k\neq j} \end{matrix}$ bo‘lishi mumkin;

Agar boshlang‘ich shartlar $v_j(0)=1$ bo‘lsa, u holda bu integratorning *j* chi kirishiga birlik impuls berilganligini bildiradi (delta funksiyaning integrali birlik funksiyani beradi) va unda umumlashgan vektorning *i* chi tashkil etuvchisini tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$v_i(t)=f_{ij},$$

ya’ni integratorning mos *i* chi kirishlari birlik impulsga reaksiyasi hisoblanadi va bu reaksiya $\Phi(t)$ o‘tish matritsasining f_{ij} elementi hisoblanadi.

F(*t*) o‘tish matritsasining f_{ij} elementi boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda *j*-chi o‘zgaruvchiga birlik impuls berilgan *i*-chi reaksiya kabi holat o‘zgaruvchilar sxemasi bo‘yicha aniqlanadi. Birlik impulsga reaksiya – bu vazn - $\omega(t)$ funksiyasini aniqlaydi.

Vazn funksiyasi va uzatish funksiyalarini orasidagi aloqani hisobga olgan holda *j*-chi integratorning kirishi va *i*-chi integratorning chiqishlari orasidagi uzatish funksiyasini o‘zida aks ettirgan $\Phi(t)$ o‘tish matritsasining $f(p)_{ij}$ elementlaridan olamiz.

Holat o‘zgaruvchilari sxemasi bo‘yicha Φ(p) matritsani olish algoritmi quyidagicha:

1) Tizim kirishiga birlik pog‘onali signal berilishini hisobga olgan holda tizim kirishiga qo‘shimcha integratorni chizib olamiz.

2) Holat o‘zgaruvchilari sxemasi bo‘yicha $V(t)$ umumlashgan vektorda o‘zgaruvchilarni tartiblaymiz.

3) Mos ravishda tanlangan tartib bilan chiqish integratorlarini nomerlaymiz.

4) Meyson formulasidan foydalanib, *Φ(p)* matritsa elementlarini olamiz.

5) Matritsa elementlarini olishda integrator ko‘rsatkichi yo‘nalishida, ya’ni chapdan o‘ngga faqat asosiy kalan bo‘yicha axborotlar uzatish qobiliyati kabi aniqlanadigan tizimning *detektirlik* xossasini hisobga olamiz.

Qatorga yoyish orqali o‘tish matritsasini olish quyidagicha:

Buning uchun (2.41) differensial tenglamaning yechimi aniqlanadi.

$$V(t) = e^{At}V(0),$$

$$\Phi(t) = e^{At} \approx \sum_{i=0}^{\infty}\frac{(At)^i}{i!} = I + \sum_{i=1}^{\infty}\frac{(At)^i}{i!}.$$

Hozirgi vaqtgacha hisoblash: $\left|\frac{(At)^{s-1}}{(s-1)!} - \frac{(At)^s}{s!}\right| \le \varepsilon$.

O‘tish matritsasini olishning bunday usuli kompyuterda oson amalga oshiriladi va shuning uchun hozirgi vaqtgacha ko‘p foydalaniladi.

Nazorat savollari

1. Statik va dinamik modellarni tushuntiring.
2. Chiziqlantirish deb nimaga aytiladi va qanday usullari mavjud?
3. Avtomatik boshqarish tizimlarida foydalanadigan qanday asosiy (tipik) kirish signallarini bilasiz?
4. O‘tkinchi xarakteristika deb nimaga aytiladi?
5. Impulsli signal (funksiya) ni tushuntiring.
6. Impulsli o‘tkinchi xarakteristika yoki vazn funksiyasi deb nimaga aytiladi va u qanday belgilanadi?
7. Garmonik signal (funksiya) to‘g‘risida tushuncha bering.

8. Laplas almashtirishi deb nimaga aytiladi va uning qanday xossalari mavjud?

9. Uzatish funksiyasi deb nimaga aytiladi?

10. Uzatish funksiyasining nollari va qutblarini tushuntirib bering va ularga misollar keltiring.

11. Avtomatik boshqarish tizimlarining vaqt xarakteristikalariga nimalar kiradi?

12. Avtomatik boshqarish tizimlarining qanday chastotaviy xarakteristikalarini bilasiz?

13. Logarifmik amplituda va faza chastotaviy xarakteristikalarni tushuntirib bering hamda ular qanday masshtabda quriladi?

14. Tipik dinamik zvenolar deb nimaga aytiladi va ularga qanday zvenolar kiradi?

15. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zvenoga misollar keltiring va differensial tenglamasi, uzatish funksiyasi hamda chastotaviy xarakteristikalarini tushuntirib bering.

16. Integrallovchi va differensiallovchi zvenolarning vaqt va chastotaviy xarakteristikalarini quring.

17. Tebranuvchi zvenoning dempfirlash (so‘nish, tebranishni kamaytirish) koeffitsiyentini tushuntiring.

18. Tebranuvchi zvenoning xususiy chastotasi deganda nimani tushunasiz?

19. Tebranuvchi zvenoning doimiy vaqti bilan xususiy chastotasi qanday bog‘langan?

20. Kechikuvchi zvenoning vaqt va chastotaviy xarakteristikalarini tushuntiring.

21. Strukturali sxema deb nimaga aytiladi.

22. Ketma-ket va parallel ulangan zvenolarning umumiy uzatish funksiyasi qanday aniqlanadi?

23. Zvenolar teskari bog‘lanish zanjiri orqali ulanganda uzatish funksiyasi qanday topiladi?

24. Tugun va summatorni elementlararo ko‘chirish qoidasini tushuntiring.

25. Fazoviy holatda modelni tushuntiring?

26. «Nol – qutb» ko‘rinishidagi modelni tushuntiring?

27. Ko‘p o‘lchamli elementlarni vektor-matritsa shaklida qanday ifodalanadi?

28. Istalgan ko‘p o‘lchamli element uzatish xossasining matematik ifodasini qanday ko‘rinishlarda ifodalash mumkin?

29. Holat o‘zgaruvchilari sxemalari qanday quriladi va qanaqa usullari mavjud?

30. Holat o‘zgaruvchilari sxemalarini bazali usulda qurish algoritmini tushuntiring.

31. «Kirish-chiqish» va fazo holati usuli ifodalarining o‘zaro aloqasi.

32. O‘tish matritsasi va uni olishning analitik uslubini tushuntiring.

33. Holat o‘zgaruvchilari sxemasi bo‘yicha matritsani olish algoritmi qanday amalga oshiriladi?

34. Qatorga yoyish orqali o‘tish matritsasini qanday olinadi?

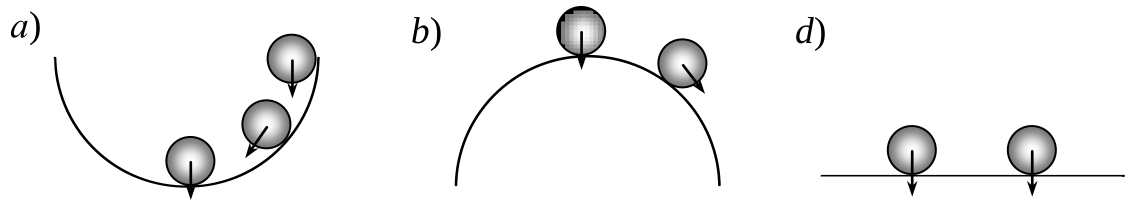
III-MODUL.
CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING TURG‘UNLIGI

3.1. Turg‘unlik to‘g‘risida tushuncha

ABTlarni ishlash qobiliyatiga qo‘yilgan talab, ularning turli xil tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’siriga nosezgir bo‘lishidir.

Agarda tizim turg‘un bo‘lsa, unda u tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’sirlarga bardosh bera oladi va o‘zining muvozanat holatidan chiqarilganda yana ma’lum aniqlikda dastlabki holatiga qaytib keladi. Agarda tizim noturg‘un bo‘lsa, unda u tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’sir natijasida muvozanat holati atrofida cheksiz katta amplitudaga ega bo‘lgan tebranishlar hosil qiladi yoki muvozanat holatidan cheksiz uzoqlashadi.

Agarda har qanday cheklangan kirish kattaligining absolyut qiymatida chiqish kattaligi ham cheklangan qiymatga ega bo‘lsa, bunday tizim *turg‘un* deb yuritiladi (3.1*a*-rasm).

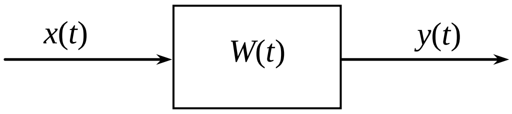


3.1-rasm. ***a* - turg‘un holat; *b* - noturg‘un holat, *d* – neytral holat.**

3.2. Chiziqli avtomatik boshqarish tizimining turg‘unlik sharoitlari. A.M.Lyapunov teoremasi

Tizimning turg‘unligini tahlil qilishda A.M.Lyapunov tomonidan yaratilgan usullarga asoslanadi. Chiziqli yoki chiziqlantirilgan tizim uchun turg‘unlikning zarur va yetarli sharti sifatida birinchi yaqinlashish tenglamasi uchun tuzilgan xarakteristik tenglama ildizlari (qutblari) ning haqiqiy qismini manfiy ishorasi xizmat qiladi.

Kirish kattaligi $x(t)$ va chiqish kattaligi $y(t)$ bo‘lgan tizimni ko‘rib chiqamiz (3.2-rasm).



3.2-rasm.

Tizimning differensil tenglamasini umumiy ko‘rinishda quyidagicha yozish mumkin:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + ... + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + ... + b_m x(t). \quad (3.1)$$

Tizimning turg‘un yoki noturg‘unligini ko‘rish uchun (3.1) tenglamaning yechimini aniqlash kerak bo‘ladi.

$$y(t) = y_e(t) + y_m(t), \quad (3.2)$$

bu yerda y_m(t) – (3.1) tenglamaning xususiy yechimi bo‘lib (majburiy tashkil etuvchi), tizimda muvozanat rejimini ifodalaydi; $y_e(t)$ – (3.1) tenglamaning o‘ng tomoni nolga teng bo‘lgandagi umumiy yechimi bo‘lib (erkin tashkil etuvchisi), u tenglamaning o‘tkinchi rejimini ifodalaydi.

$$t \to \infty \text{ bo‘lganda } y_e(t) \to 0 \quad (3.3)$$

bo‘lishi tizimning turg‘unligini ifodalaydi.

Agar (3.3) shart bajarilsa, unda tizim turg‘un bo‘ladi. (3.1) tenglamaning o‘tkinchi (erkin) tashkil etuvchisi $y_e(t)$

$$a_0 \frac{d^n y_e(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y_e(t)}{dt^{n-1}} + ... + a_n y_e(t) = 0, \quad (3.4)$$

tenglamaning yechimini ifodalaydi.

Bu tenglamadan ko‘rinib turibdiki, uning yechimi (3.1) tenglamaning o‘ng tomonidagi b_i koeffitsiyentga va $x(t)$ funksiyaning o‘zgarish xarakteriga bog‘liq emas ekan. (3.3) shartga ko‘ra, tizimning turg‘unligi yoki noturg‘unligi koeffitsiyentlar b_i va kirish kattaligi $x(t)$ funksiyaga bog‘liq emas ekan.

Demak, tizimning turg‘unligi uning ichki xususiyati bo‘lib, unga ta’sir etuvchi signallarga bog‘liq emas.

(3.4) tenglamaning yechimini aniqlash uchun xarakteristik tenglamani olamiz:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n = 0, \quad (3.5)$$

bu yerda p_1, p_2, …, p_n – (3.5) xarakteristik tenglamaning ildizlari bo‘lib, ular har xil bo‘lsin, unda (3.4) tenglamaning yechimini quyidagi ko‘rinishda ko‘rsatish mumkin:

$$y_e(t)=\sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}, \tag{3.6}$$

bu yerda, c_i – tizimga qo‘yilgan boshlang‘ich shartlar bo‘yicha aniqlanadigan ixtiyoriy o‘zgarmas son.

Shunday qilib, chiziqli tizimning turg‘unligini xarakteristik tenglamaning ildizlari aniqlar ekan. Ildizlar esa haqiqiy, kompleks va mavhum bo‘lishi mumkin.

Chiziqli tizim uzatish funksiyasi $W(p)$ ning barcha qutblari haqiqiy qismining manfiy ishoraga ega bo‘lishi uning turg‘un bo‘lishining zarur va yetarli sharti hisoblanadi.

Uzatish funksiyasining maxrajidagi polinom ildizlarini uzatish funksiyasining qutblari, suratidagi polinom ildizlarini esa uzatish funksiyasining nollari deyiladi.

Ochiq tizim uchun

$$W(p)=\frac{P(p)}{Q(p)}. \tag{3.7}$$

Ochiq tizim uzatish funksiyasining xarakteristik tenglamasi $Q(p)=0$ ning ildizlari haqiqiy qismining manfiy bo‘lishi ochiq tizimning turg‘un bo‘lishining yetarli va zaruriy shartidir.

Berk tizim uchun

$$\Phi(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)}=\frac{\frac{P(p)}{Q(p)}}{1+\frac{P(p)}{Q(p)}}=\frac{P(p)}{Q(p)+P(p)}=\frac{B(p)}{A(p)}, \tag{3.8}$$

$A(p)=1+W(p)=0$ – berk tizimning xarakteristik tenglamasi.

Berk tizim xarakteristik tenglamasi $A(p)=0$ ildizlari haqiqiy qismining manfiy bo‘lishi uning turg‘un bo‘lishining yetarli va zaruriy shartidir.

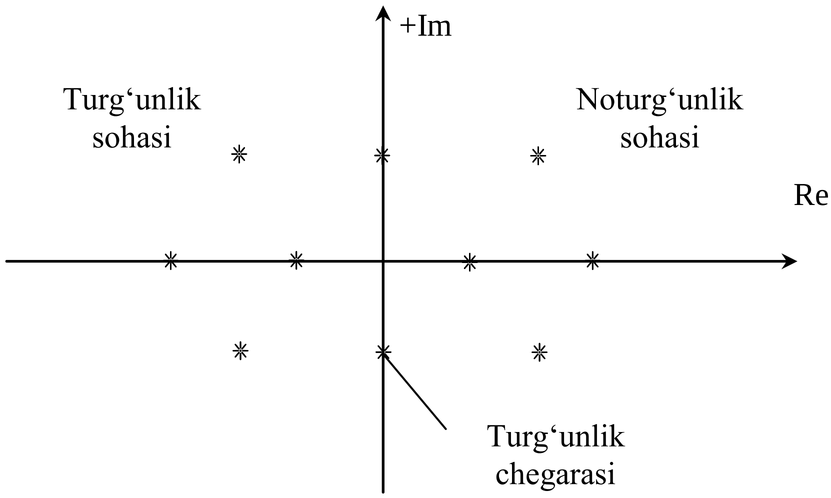
Turg‘unlikning bu sharti A.M.Lyapunov tomonidan nochiziqli tizimlarning chiziqlantirilgan tenglamalari uchun isbotlandi va qo‘llanildi. Quyida bu teoremani isbotsiz keltiramiz:

1-teorema: Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi barcha ildizlarining haqiqiy qismi manfiy bo‘lsa, unda real tizim ham turg‘un bo‘ladi, ya’ni juda kichik nochiziqli hadlari tizimning turg‘unlik holatiga ta’sir ko‘rsata olmaydi (3.3-rasm).

2-teorema: Agarda chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasining birorta ildizi musbat haqiqiy qismga ega bo‘lsa, unda real tizim noturg‘un bo‘ladi, ya’ni juda kichik nochiziqli hadlari tizimni turg‘un eta olmaydi (3.3-rasm).

3-teorema: Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasining ildizlari mavhum yoki nolga teng bo‘lsa, unda real tizim turg‘unlik chegarasida bo‘ladi, bunda juda kichik nochiziqli hadlar o‘tkinchi jarayon ko‘rinishini tubdan o‘zgartirib yuborishi hamda real tizimni turg‘un yoki noturg‘un holatga keltirishi mumkin (3.3-rasm).

Shunday qilib, tizim turg‘unligini tadqiq etish uning xarakteristik tenglamasi ildizlarining ishorasini aniqlashdan, ya’ni xarakteristik tenglama ildizlarini kompleks tekisligida mavhum o‘qqa nisbatan qanday joylashganligini aniqlashdan iborat ekan.



3.3-rasm. ***Xarakteristik tenglama ildizlarining kompleks tekisligida joylashi-shi.***

Yuqori darajadagi tenglamalarning ildizlari uchun umumiy ifodalarni xarakteristik tenglama koeffitsientlari bo‘yicha yozish umuman mumkin emas. Shuning uchun ildizlarni hisoblamasdan tizim turg‘unligini aniqlashga imkon beradigan qoidalar muhimdir. Ushbu qoidalar *turg‘unlik mezonlari* deb ataladi. Turg‘unlik mezonlari yordamida nafaqat tizimning turg‘unligini o‘rnatish yoki yo‘q, balkim tizimda u yoki bu parametr va strukturaviy o‘zgarishlar turg‘unlukka qanday ta’sir etayotganligini aniqlash mumkin.

Turg‘unlik mezonlarini algebraik va chastotaviy mezonlarga bo‘lish mumkin. Matematik nuqtai nazardan barcha mezonlar ekvivalent, biroq aniq masalani yechishda, turg’unlikni tadqiq etishning eng sodda yo’lini amalga oshirishga imkon beruvchi u yoki bu turg‘unlik mezonlarini tanlash maqsadga muvofiqdir.

3.3. Turg‘unlikning algebraik mezonlari. Raus turg‘unlik mezoni

Tizimning turg‘unligi xarakteristik tenglamalarning ildizlarini hisobga olmasdan turib aniqlaydigan qoidalarga algebraik mezonlar deyiladi. Turg‘unlikning algebraik mezoni xarakteristik tenglamaning koeffitsiyentlari orqali tizimning turg‘unligi haqida fikr yuritish imkonini beradi. Turg‘unlikning algebraik mezonidan Raus va Gurvis mezonlari eng ko‘p qo‘llaniladi. Xarakteristik tenglama quyidagi ko‘rinishda berilgan bo‘lsin:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n = 0. \qquad (3.9)$$

Xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlarini musbat bo‘lishi tizimning turg‘un bo‘lishi uchun zaruriy shartdir

$$a_0 > 0, \;\; a_1 > 0, \;\; ..., \; a_n > 0. \qquad (3.10)$$

Raus va Gurvis mezonlari matematik jihatdan ekvivalentdir.

Rausning turg‘unlik mezoni 1877-yil ingliz matematigi E.Raus tomonidan taklif qilingan. Bu mezonni quyidagi jadval orqali tushuntirish mumkin.

3.1-jadval

r_i koef-ti	i qator	Ustun			
		1	2	3	4
–	1	$c_{11}=a_0$	$c_{21}=a_2$	$c_{31}=a_4$	……
–	2	$c_{12}=a_1$	$c_{22}=a_3$	$c_{32}=a_5$	……
$r_3 = \frac{c_{11}}{c_{12}}$	3	$c_{13}=c_{21}-r_3c_{22}$	$c_{23}=c_{31}-r_3c_{32}$	$c_{33}=c_{41}-r_3c_{42}$	……
$r_4 = \frac{c_{12}}{c_{13}}$	4	$c_{14}=c_{22}-r_4c_{23}$	$c_{24}=c_{32}-r_4c_{33}$	$c_{34}=c_{42}-r_4c_{43}$	……
$r_5 = \frac{c_{13}}{c_{14}}$	5	$c_{15}=c_{23}-r_5c_{24}$	$c_{25}=c_{33}-r_5c_{34}$	$c_{35}=c_{43}-r_5c_{44}$	……
……	…	……	……	……	……
$r_i = \frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-1}}$	i	$c_{1,i}=c_{2,i-2}-r_ic_{2,i-1}$	$c_{2,i}=c_{3,i-2}-r_ic_{3,i-1}$	$c_{3,i}=c_{4,i-2}-r_ic_{4,i-1}$	……

3.1-jadvalning birinchi qatoriga xarakteristik tenglama koeffitsiyentlari indeksi oshib borish tartibida juft indeksli a_0, a_2, a_4, a_6, …, ikkinchi qatoriga esa toq indeksli a_1, a_3, a_5, a_7, … koeffitsiyentlar joylashtiriladi.

Jadvalning qolgan har bir koeffitsiyentlari quyidagicha topiladi:

$$c_{k,i} = c_{k+1,\, i-2} - r_i c_{k+1,\, i-1}, \tag{3.11}$$

bu yerda

$$r_i = c_{1,i-2} / c_{1,i-1}. \tag{3.12}$$

(3.11) va (3.12) tenglamalarda k – indeks jadvaldagi ustunni nomerini i – indeksi esa qator nomerini bildiradi.

Raus jadvalini qatorlar soni xarakteristik tenglamasi darajasi n+1 ga teng.

Raus jadvalini to‘ldirgandan so‘ng u tizim turg‘un yoki noturg‘unligini aniqlash mumkin. Raus turg‘unlik mezoni quyidagicha ifodalanadi: ABT turg‘un bo‘lishi uchun Raus jadvalining birinchi ustuni koeffitsiyentlari bir xil ishorali bo‘lishi, ya’ni $c_{i,n+1} > 0$ bo‘lganda

$$c_{11} = a_0 > 0;\; c_{12} = a_1 > 0;\; ...;\; c_{i,n+1} > 0, \tag{3.13}$$

shart yetarlidir.

Agar birinchi ustun koeffitsiyentlarining hammasi musbat bo‘lmasa, tizim noturg‘un bo‘ladi hamda xarakteristik tenglamaning o‘ng ildizlar soni Raus jadvali birinchi ustunidagi ishoralar o‘zgarish soniga teng. Xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining son qiymati berilgan bo‘lsa, Raus mezonidan foydalanish juda oson.

3.1-misol. Xarakteristik polinomi

$$D(p) = 0{,}104 p^7 + 0{,}33 p^6 + 5{,}5 p^5 + 15{,}5 p^4 + 25 p^3 + 25 p^2 + 19{,}7 p + 9{,}5$$

bo‘lgan tizimning Raus mezoni bo‘yicha turg‘unligini baholang.

Yechish: Raus mezoni bo‘yicha hisoblashda 3.2-jadval ko‘rinishida ifodalash qulaydir.

3.2-jadval

Parametrlar	$c_{11}=a_0$	$c_{21}=a_2$	$c_{31}=a_4$	$c_{41}=a_6$
	$c_{12}=a_1$	$c_{22}=a_3$	$c_{32}=a_5$	$c_{42}=a_7$
$r_1 = c_{11}/c_{12}$	$c_{13}=c_{21}-r_1c_{22}$	$c_{23}=c_{31}-r_1c_{32}$	$c_{33}=c_{41}-r_1c_{42}$	$c_{43}=0$
$r_2 = c_{12}/c_{13}$	$c_{14}=c_{22}-r_2c_{23}$	$c_{24}=c_{32}-r_2c_{33}$	$c_{34}=c_{42}-r_2c_{43}$	$c_{44}=0$
$r_3 = c_{13}/c_{14}$	$c_{15}=c_{23}-r_3c_{24}$	$c_{25}=c_{33}-r_3c_{34}$	$c_{35}=c_{43}-r_3c_{44}$	$c_{45}=0$
…	…	…	…	…

Berilgan tizim uchun Raus jadvali 3.3-jadval ko‘rinishiga ega bo‘ladi

$$D(p) = \overset{a_0}{0{,}104}\, p^7 + \overset{a_1}{0{,}33}\, p^6 + \overset{a_2}{5{,}5}\, p^5 + \overset{a_3}{15{,}5}\, p^4 + \overset{a_4}{25}\, p^3 + \overset{a_5}{25}\, p^2 + \overset{a_6}{19{,}7}\, p + \overset{a_7}{9{,}5}$$

3.3-jadval

Parametrlar	$c_{11}=a_0=0{,}104$	$c_{21}=a_2=5{,}5$	$c_{31}=a_4=25$	$c_{41}=a_6=19{,}7$
	$c_{12}=a_1=0{,}33$	$c_{22}=a_3=15{,}5$	$c_{32}=a_5=25$	$c_{42}=a_7=9{,}5$
$r_1=0{,}315$	$c_{13}=0{,}6$	$c_{23}=17{,}1$	$c_{33}=16{,}7$	$c_{43}=0$
$r_2=0{,}55$	$c_{14}=6{,}0$	$c_{24}=15{,}8$	$c_{34}=9{,}5$	$c_{44}=0$
$r_3=0{,}1$	$c_{15}=15{,}52$	$c_{25}=15{,}75$	$c_{35}=0$	$c_{45}=0$
$r_4=0{,}386$	$c_{16}=9{,}7$	$c_{26}=9{,}5$	$c_{36}=0$	$c_{46}=0$
$r_5=1{,}6$	$c_{17}=0{,}55$	$c_{27}=0$	$c_{37}=0$	$c_{47}=0$
$r_6=0$	$c_{18}=9{,}5$	$c_{28}=0$	$c_{38}=0$	$c_{48}=0$

To‘ldirilgan Raus jadvalining (3.3-jadval) birinchi ustun koeffitsiyentlari musbat bo‘lgani uchun tizim turg‘undir.

3.4. Gurvis turg‘unlik mezoni

Bu mezon 1895-yilda nemis matematigi Gurvis tomonidan taklif qilingan.

Xarakteristik tenglama quyidagi ko‘rinishda berilgan bo‘lsin:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0. \qquad (3.14)$$

Gurvis turg‘unlik mezoniga muvofiq xarakteristik tenglamaning koeffitsiyentlaridan Gurvisning bosh aniqlovchisi tuziladi. Bunda $a_0 > 0$ bo‘lib, aniqlovchilarni quyidagi qoidalarga asosan hisoblash kerak:

1) koeffitsiyentlarni bosh diagonal bo‘yicha «a_1» dan to «a_n» gacha o‘sish tartibi bilan yozib chiqiladi;

2) bosh diagonalga nisbatan qatorlarning pastga tomon indekslari kamayuvchi, yuqoriga tomon indekslari o‘sib boruvchi koeffitsiyentlar bilan to‘ldiriladi;

3) indekslari noldan kichik hamda «n» dan katta bo‘lgan koeffitsiyentlar o‘rniga nollar yoziladi;

4) Gurvis aniqlovchisining yuqori tartibi xarakteristik tenglamaning darajasiga teng bo‘ladi;

5) Gurvis aniqlovchisining oxirgi tartibi $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$ ga tengdir.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \ldots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \ldots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & a_n \end{vmatrix}. \tag{3.15}$$

Gurvis mezonining ta’rifi:

Agarda $a_0 > 0$ bo‘lib, Gurvisning hamma aniqlovchilari noldan katta bo‘lsa, u holda tizim turg‘un bo‘ladi, ya’ni $a_0 > 0$ bo‘lganda $\Delta_1 > 0$; $\Delta_2 > 0$; $\Delta_3 > 0 \cdots \Delta_n > 0$ bo‘lishi kerak. $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$ bo‘lishi Gurvis aniqlovchisining tuzilish strukturasidan kelib chiqadi. Shunga ko‘ra, agar $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1} = 0$ bo‘lsa, tizim turg‘unlik chegarasida bo‘ladi. Bu tenglik esa ikki holda, ya’ni $a_n = 0$ yoki $\Delta_{n-1} = 0$ bo‘lganda bajarilishi mumkin.

Agarda $a_n = 0$ bo‘lsa, unda tekshirilayotgan tizim turg‘unlik holatining aperiodik chegarasida bo‘ladi (ya’ni xarakteristik tenglamaning bitta ildizi nolga teng bo‘ladi).

Agarda $\Delta_{n-1} = 0$ bo‘lsa, unda tekshirilayotgan tizim turg‘unlik holatining tebranma chegarasida bo‘ladi (ya’ni xarakteristik tenglama juft mavhum ildizga ega bo‘ladi).

Endi tartibi $n = 1, 2, 3, 4$ ga teng bo‘lgan xarakteristik tenglamalar bilan ifodalangan tizimlar uchun Gurvis mezonining shartlarini ko‘rib chiqamiz.

a) $n = 1, \quad a_0 p + a_1 = 0.$

Bunda $a_0 > 0$; $a_1 > 0$ turg‘unlik sharti bo‘ladi. Demak, birinchi tartibli tizimlar turg‘un bo‘lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo‘lishi yetarlidir.

b) $n = 2, \quad a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0.$

Bunda turg‘unlik shartlari quyidagicha bo‘ladi:

$$a_0=0;\ \ a_1>0;\ \ a_2>0.$$

Demak, ikkinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizimlarning turg‘un bo‘lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo‘lishi yetarli shart hisoblanadi.

d) $n=3,\quad a_0p^3+a_1p^2+a_2p+a_3=0$

Turg‘unlikning zaruriy shartlari:

$$a_0=0;\ \ a_1>0;\ \ a_2>0;\ a_3>0;\ \Delta_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}=a_1a_2-a_0a_3>0.$$

Shunday qilib, uchinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizim turg‘un bo‘lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo‘lishi yetarli bo‘lmay, bunda $(a_1a_2-a_0a_3)>0$ tengsizlikning bajarilishi zarur shart hisoblanadi.

e) $n=4,\quad a_0p^4+a_1p^3+a_2p^2+a_3p+a_4=0$

Turg‘unlik shartlari:

$$a_0=0;\ \ a_1>0;\ \ a_2>0;\ a_3>0;\ a_4>0;\ \Delta_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}=a_1a_2-a_0a_3>0.$$

$$a_0>0;\ \ \Delta_1=a_1>0;\ \Delta_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}=a_1a_2-a_0a_3>0;$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}=a_1a_2a_3+0+0-0-a_0a_3^2-a_1^2a_4=a_3(a_1a_2-a_0a_3)-a_1^2a_4>0\cdot$$

To‘rtinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizimlar turg‘un bo‘lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo‘lishidan tashqari yana ikki $(a_1a_2-a_0a_3)>0,\ a_3(a_1a_2-a_0a_3)-a_1^2a_4>0$ shartlar bajarilishi kerak.

Xarakteristik tenglamaning darajasi «*n*» ortgan sari yuqoridagi kabi bajarilishi kerak bo‘lgan shartlar ham ko‘payib boradi. Shuning uchun turg‘unlikning Gurvis mezonining $n\leq4$ bo‘lgan tizimlar uchun qo‘llash maqsadga muvofiq bo‘ladi.

3.2-misol. Tizimni xarakteristik tenglamasi $12p^3+10p^2+8p+10=0$ bo‘lsa, Gurvis mezoni bo‘yicha turg‘unlikka tekshiring.

Yechish:

Bu yerda a_0=12>0, a_2=8>0,

a_3=10>0, a_3=10>0.

Demak, Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilgan. Endi zaruriy shartini aniqlaymiz. Buning uchun Δ_2 ni aniqlaymiz

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1a_2 - a_0a_3 = 10 \cdot 8 - 12 \cdot 10 = -40 < 0.$$

Noldan kichik bo‘lganligi sababli tizim noturg‘un bo‘ladi.

3.3-misol. Tizimni xarakteristik tenglamasi $0{,}1p^4 + 6p^3 + 4p^2 + p + 4 = 0$ bo‘lsa, Gurvis mezoni bo‘yicha turg‘unlikka tekshiring.

Yechish:

Bu yerda a_0=0,1>0, a_1=6>0, a_2=4>0,

a_3=1>0, a_4=4>0.

Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilgan. Endi zarur shartini aniqlaymiz. Buning uchun Δ_2 va Δ_3 larni aniqlaymiz:

$$\Delta_2 = a_1a_2 - a_0a_3 = 6 \cdot 4 - 0.1 \cdot 1 = 23.9 > 0;$$

$$\Delta_3 = a_3(a_1a_2 - a_0a_3) - a_1^2a_4 = 1 \cdot 23{,}9 - 6^2 \cdot 4 = 23{,}9 - 144 = -120{,}1 < 0.$$

Gurvis mezonining zaruriy sharti bajarilmaganli sababli tizim noturg‘un.

3.4-misol. Tizimni xarakteristik tenglamasi $3p^5 + 10p^4 + 5p^3 - 7p^2 + p + 100 = 0$ bo‘lsa, Gurvis mezoni bo‘yicha turg‘unlikka tekshiring.

Yechish:

Bu yerda a_0 = 3 > 0, a_1 = 10 > 0, a_2 = 5 > 0,

a_3 = -7 < 0, a_4 = 1 > 0, a_5 = 100 > 0.

a_3 = -7 manfiy ishorali bo‘lganligi sababli Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilmayapti. Shuning uchun berilgan tizim noturg‘un.

3.5. Lenar-Shipar turg‘unlik mezoni

Bu mezon 1919-yil P.Lenar va R.Shipar tomonidan taklif qilingan. Xarakteristik tenglama berilgan bo‘lsin

$$D(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_n = 0, \tag{3.16}$$

bu xarakteristik tenglamada n ning qiymatlari katta bo‘lganda Gurvis mezonining o‘rniga Lenar-Shiparning turg‘unlik mezonini qo‘llash ancha qulaydir.

Xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlari musbat bo‘lganda $\Delta_1, \Delta_3, ...$ toq indeksli aniqlovchilar musbat ekanligi va Gurvisning $\Delta_2, \Delta_4, ...$ juft indeksli aniqlovchilari ham musbat va aksincha ekanligi isbotlangan.

Shuning uchun turg‘unlikning zarur sharti bajarilgan holda, ya’ni xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlari musbat bo‘lganda turg‘unlik sharti Gurvis koeffitsiyentlari orasida

$$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5$$

hamma juft indeksli yoki hamma toq indeksli aniqlovchilar musbat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Tizim turg‘un bo‘lishi uchun quyidagi tengsizlik bajarilishi zarur va yetarlidir:

$$a_0 > 0, \; a_1 > 0, \; ..., \; a_n > 0,$$

$$\Delta_1 > 0, \, \Delta_3 > 0, \, \Delta_5 > 0 \text{ yoki } \Delta_2 > 0, \, \Delta_4 > 0, \, \Delta_6 > 0$$

bo‘lganda

$$\Delta_0 > 0, \; \Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \; ..., \Delta_n > 0.$$

Turg‘unlikning Gurvis mezoniga nisbatan Lenar-Shipar mezonida kamroq sonli aniqlovchilar topiladi.

3.6. Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari. Argumentlar prinsipi

Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari avtomatik tizimlarning chastotaviy xarakteristikalari ko‘rinishiga qarab ularning turg‘unlik holatlarini tekshirish imkonini beradi.

Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari grafoanalitik mezon bo‘lib, tizimlarning turg‘unligini tekshirishda juda keng qo‘llaniladi. Chunki bu mezonlar yordamida xarakteristik tenglamasini tartibi yuqori bo‘lgan avtomatik tizimlarning turg‘unlik holatini tekshirish ancha oson hamda ular sodda geometrik tasvirga egadir.

Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari asosida kompleks o‘zgaruvchi funksiya nazariyasidan ma’lum bo‘lgan argumentlar prinsipi yotadi.

Quyida argumentlar prinsipining qisqacha bayonini keltiramiz.

«*n*» – darajali polinom berilgan bo‘lsin

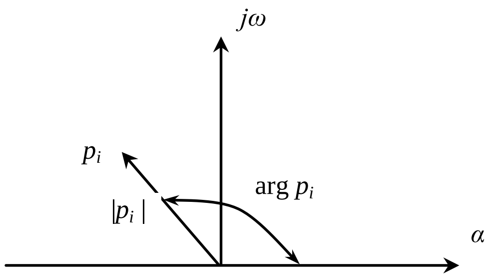
$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n = 0. \qquad (3.17)$$

Bu polinomni Bezu teoremasiga asosan quyidagicha ifodalash mumkin:

$$D(p) = a_0(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)\ldots(p - p_n), \qquad (3.18)$$

bu yerda, $p_1, p_2, \ldots, p_n$ – $D(p)=0$ xarakteristik tenglamaning ildizlari.

«*p*» kompleks tekisligida har qaysi ildizni koordinata o‘qi boshidan «p_i» nuqtagacha o‘tkazilgan vektor orqali ifodalash mumkin (3.4-rasm).

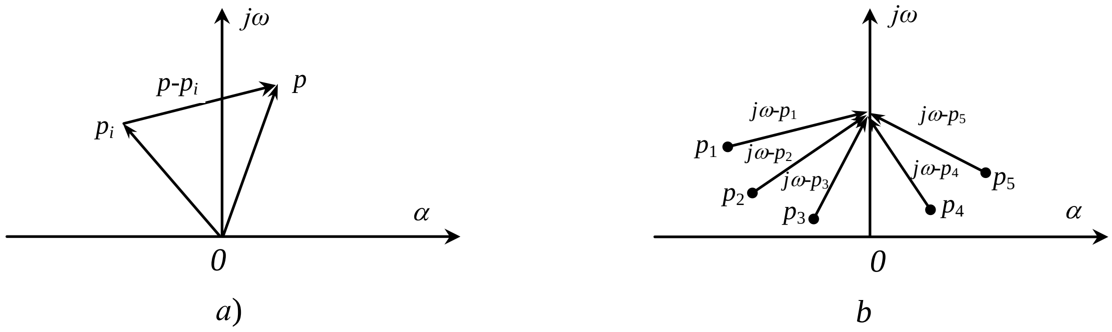


3.4-rasm.

Bu vektorning uzunligi kompleks sonning $p_i = \alpha_i + j\omega_i$ ning moduli $|p_i|$ga shu vektorning musbat haqiqiy o‘q bilan hosil qilgan burchagi esa p_i kompleks sonining argumentiga yoki fazasiga teng bo‘ladi, ya’ni $\arg p_i$. $(p - p_i)$ miqdorning geometrik o‘rni p_i nuqtadan ixtiyoriy «*p*» nuqtasiga o‘tkazilgan vektor orqali ifodalanadi. Xususiy holda $p = j\omega$ bo‘lganda (3.18) ifodani

$$D(j\omega) = a_0(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)(j\omega - p_3)\ldots(j\omega - p_n) \qquad (3.19)$$

ko‘rinishida ifodalash mumkin. (3.19) ifodaning geometrik tasviri 3.5-rasmda keltirilgan.



3.5 -rasm.

$D(j\omega)$ vektorning moduli $(j\omega - p_i)$ elementar vektor va a_0 koeffitsiyentning ko‘paytmasiga

$$|D(j\omega)| = a_0 |j\omega - p_1| \cdot |j\omega - p_2| \cdot |j\omega - p_3| \cdot \ldots \cdot |j\omega - p_n| \tag{3.20}$$

argumenti esa elementar vektorlar argumentining yig‘indisiga teng bo‘ladi

$$\arg D(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} \arg(j\omega - p_i). \tag{3.21}$$

Chastota $-\infty < \omega < \infty$ o‘zgarganda $D(j\omega)$ ning vektor argumentini o‘zgarishi

$$\underset{-\infty<\omega<\infty}{\Delta \arg} D(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} \underset{-\infty<\omega<\infty}{\Delta \arg}(j\omega - p_i) \tag{3.22}$$

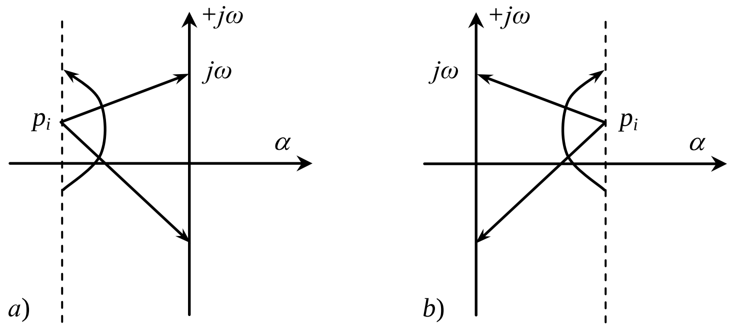
ga teng bo‘ladi.

(3.22) ifodaga ko‘ra $D(j\omega)$ vektor argumentining o‘zgarishini hisoblash uchun $(j\omega - p_i)$ vektorlar argumenti o‘zgarishining yig‘indisini hisoblash zarur. Argumentning bu o‘zgarishi esa p_i ildizning kompleks tekisligining qaysi tomonida joylashganligiga bog‘liq.

1. p_i ildiz kompleks tekisligining chap tomonida joylashgan bo‘lsin (3.6*a*-rasm).

$-\infty < \omega < \infty$ o‘zgarganda $(j\omega - p_i)$ vektorning uchi mavhum o‘q bo‘yicha pastdan yuqoriga soat strelkasiga teskari (qarshi) yo‘nalishda 180° burchakka buriladi, ya’ni

$$\underset{-\infty<\omega<\infty}{\Delta \arg}(j\omega - p_i) = \pm\pi. \tag{3.23}$$



3.6-rasm.

2. p_i ildiz kompleks tekisligining o‘ng tomonida joylashgan bo‘lsin (3.6*b*-rasm).

Bu holda yuqoridagi kabi fikr yuritganimizda $(j\omega - p_i)$ vektori chastota $-\infty < \omega < \infty$ o‘zgarganda soat strelkasi yo‘nalishi bo‘yicha (manfiy) -π burchakka buriladi, ya’ni

$$\underset{-\infty<\omega<\infty}{\Delta \arg} \left(j\omega - p_i\right) = -\pi\,. \tag{3.24}$$

$D(p)=0$ tenglamaning «*l*» ildizlari kompleks tekisligining o‘ng tomonida, $(n-l)$ ta ildizlari chap tomonida joylashgan deb faraz qilaylik. Unda (3.23) va (3.24) ifodalarga asoslanib, $D(j\omega)$ vektor argumentining o‘zgarishi

$$\underset{-\infty<\omega<\infty}{\Delta \arg} D(j\omega) = (n-l)\pi - l\pi = (n-2l)\pi \tag{3.25}$$

ga teng bo‘lishini ko‘ramiz.

(3.25) tenglik argumentlar prinsipining ifodasini bildiradi va uni quyidagicha ta’riflash mumkin.

Chastota $-\infty < \omega < \infty$ o‘zgarganda $D(j\omega)$ vektori argumentining o‘zgarishi chap va o‘ng ildizlar ayirmasining «π» soniga ko‘paytirilganiga teng bo‘ladi.

Agarda $0 < \omega < \pi/2$ o‘zgarsa, unda

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} D(j\omega) = (n-2l)\frac{\pi}{2}$$

bo‘ladi.

3.7. Turg‘unlikning Mixaylov mezoni

Mixaylovning turg‘unlik mezoni o‘zining mohiyati jihatdan argumentlar prinsipining geometrik tasviridir.

Tizimning xarakteristik tenglamasi quyidagicha bo‘lsin

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n = 0. \quad (3.26)$$

Tizim turg‘un bo‘lishi uchun (3.26) xarakteristik tenglamaning hamma ildizlari kompleks tekisligining chap yarim tekisligida joylashishi, ya’ni o‘ng ildizlar soni $l = 0$ bo‘lishi kerak. U holda argumentlar prinsipiga muvofiq $\Delta \underset{0<\omega<\infty}{\arg} D(j\omega) = n\frac{\pi}{2}$ yoki $\Delta \underset{-\infty<\omega<\infty}{\arg} D(j\omega) = n\pi$ shart bajarilishi kerak.

Chastota ω noldan cheksizga o‘zgarganda $D(j\omega)$ vektorni kompleks tekisligida chizgan geometrik o‘rniga *Mixaylov gadografi* deyiladi.

$$D(j\omega) = a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \ldots + a_n = U(\omega) + jV(\omega),$$

bunda $U(\omega) = (a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - \ldots)$ haqiqiy qism bo‘lib, u chastotaga nisbatan juft funksiyadir, ya’ni $U(\omega) = U(-\omega)$.

Mavhum qism esa chastotaga nisbatan toq funksiya bo‘ladi.

$$V(\omega) = \omega(a_{n-1} + a_{n-3}\omega^2 - a_{n-5}\omega^4 + \ldots),$$

$$V(-\omega) = -V(\omega).$$

Shunday qilib,

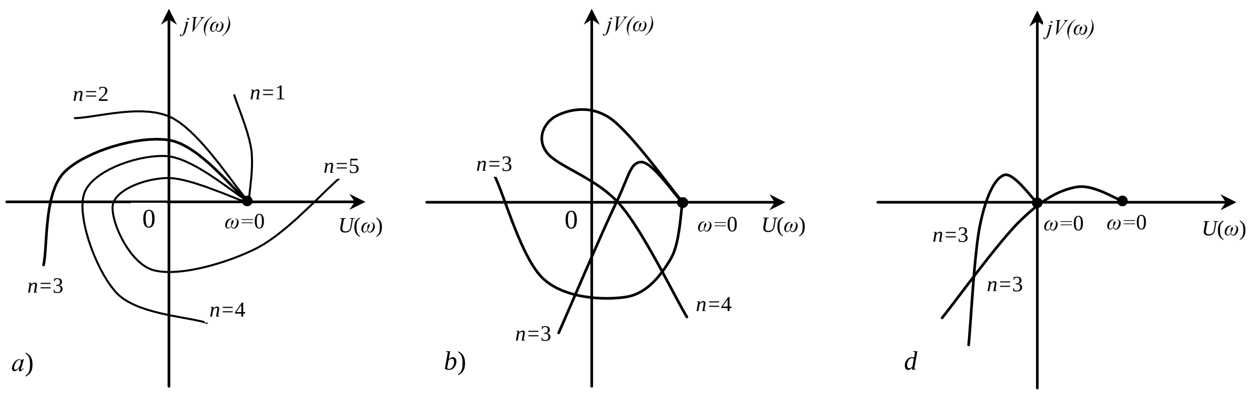
$$D(\omega) = U(\omega) - jV(\omega)$$

bo‘ladi.

Mixaylov mezonining ta’rifi:

Agar chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda Mixaylov gadografi ω=0 da haqiqiy musbat o‘qdan boshlab koordinata boshi atrofida musbat (soat strelkasiga qarshi) yo‘nalishda $n\pi/2$ burchakka burilsa, u holda tizim turg‘un bo‘ladi (bu yerda «*n*» xarakteristik tenglamaning darajasi).

3.7,*a*-rasmda turg‘unlik shartlari uchun Mixaylov gadograflarining ko‘rinishlari keltirilgan.



3.7-rasm. ***Tizimning turg‘unlik (a), noturg‘unlik (b) va turg‘unlik chegarasi (d) shartlari uchun Mixaylov gadograflarining ko‘rinishlari.***

Ushbu gadograflarni tahlil etib Mixaylov gadografi koordinata tekisligida kvadratlarni ketma-ket kesib o‘tganda, u haqiqiy va mavhum o‘qlarni birin-ketin kesib o‘tishini ko‘rishimiz mumkin.

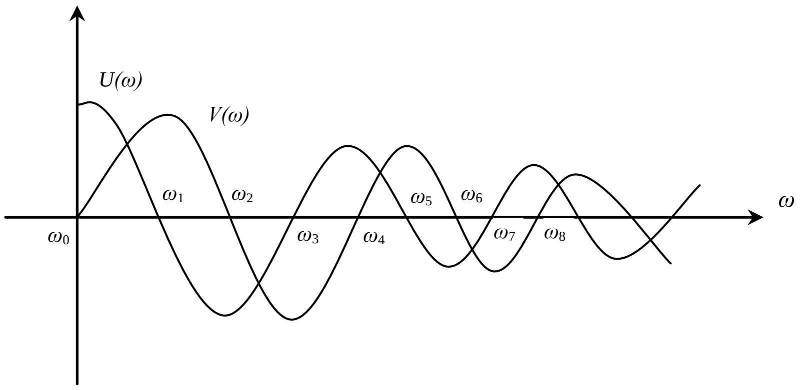
Mixaylov gadografi haqiqiy o‘qni kesib o‘tganda, uning mavhum funksiyasi $V(\omega)$ nolga aylanadi, mavhum o‘qni kesib o‘tganda esa Mixaylovning haqiqiy funksiyasi $U(\omega)$ nolga aylanadi.

Shuning uchun gadografning haqiqiy va mavhum o‘qlarni kesib o‘tgan nuqtalaridagi chastotaning qiymati

$$U(\omega) = 0, \tag{3.27,a}$$

$$V(\omega) = 0, \tag{3.27,b}$$

tenglamalarining ildizlari bo‘lishi kerak. Ushbu funksiyalarning grafigi 3.8-rasmda keltirilgan.



3.8-rasm. ***Gadografning haqiqiy va mavhum o‘qlarni kesib o‘tgan nuqtalaridagi ko‘rinish grafigi.***

Bu egri chiziqlarning absissa o‘qi bilan kesishgan nuqtalari (3.27,*a*) va (3.27,*b*) tenglamalarning ildizlarini bildiradi.

Agar ω_0, ω_2, ω_4,… (3.27,*b*) tenglamaning ildizlari ω_1, ω_3, ω_5,… esa (3.27,*a*) tenglamaning ildizlari bo‘lib, shu bilan birga $\omega_0 < \omega_2 < \omega_4$ va $\omega_1 < \omega_3 < \omega_5$ bo‘lsa, unda tizim turg‘un bo‘lishi uchun $\omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \omega_5$ tengsizlik bajarilishi kerak.

3.5-misol. Tizimning xarakteristik tenglamasi $2p^3 + 6p^2 + 10p + 15 = 0$ bo‘lsin. Mixaylov mezoni yordamida tizimning turg‘unligini tekshiring.

Yechish: Buning uchun xarakteristik tenglamada «p» ni «$j\omega$» bilan almashtiramiz va haqiqiy hamda mavhum qismlarga ajratamiz.

$$2(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 10(j\omega) + 15 = 0,$$

$$U(\omega) = 15 - 6\omega^2;\ \ V(\omega) = \omega(10 - 2\omega^2)$$

a) $\omega = 0$ bo‘lsa $\quad U(\omega) = 15; \qquad V(0) = 0;$

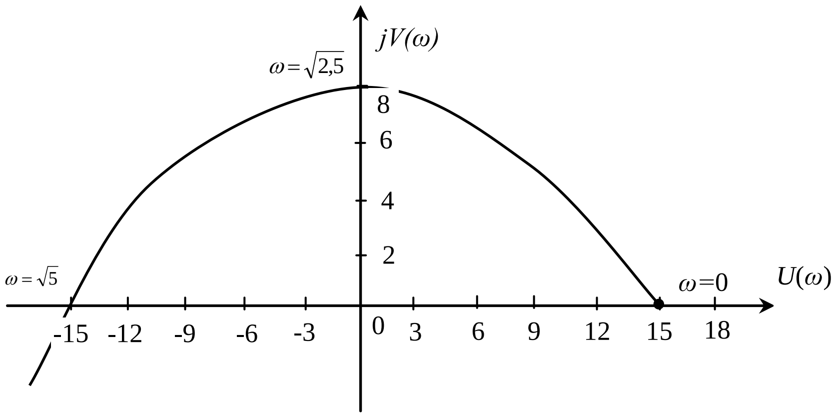
$b)\ U(\omega)=0; \qquad 15-6\omega^2=0 \qquad \omega^2=15/6=2.5;$

$V(\sqrt{2{,}5})=\sqrt{2{,}5}(10-2\cdot 2{,}5)=\sqrt{2{,}5}\cdot 5\approx 8;$

$d)\ V(\omega)=0; \qquad (10-2\omega^2)=2 \qquad \omega^2=5;$

$U(\sqrt{5})=15-6\cdot 5=-15.$

Shu qiymatlar asosida Mixaylov gadografini quramiz (3.9-rasm).



3.9-rasm.

Mixaylov gadografi uchta chorakni ketma-ket kesib o‘tyapti, ya’ni I, II va III choraklarni. Shuningdek, xarakteristik tenglamaning darajasi ham n=3 teng. Ko‘rinib turibdiki, tizim Mixaylov mezonidagi shartlarini qanoatlantirgani uchun u turg‘undir.

3.6-misol. Tizimning xarakteristik tenglamasi $p^3+4p^2+10p+40=0$ bo‘lsin. Mixaylov mezoni yordamida tizimning turg‘unligini tekshiring.

Yechish: Buning uchun xarakteristik tenglamada «p» ni «$j\omega$» bilan almashtiramiz va haqiqiy hamda mavhum qismlarga ajratamiz.

$(j\omega)^3+4(j\omega)^2+10j\omega+40=0,$

$U(\omega)=40-4\omega^2; \ V(\omega)=\omega(10-2\omega^2),$

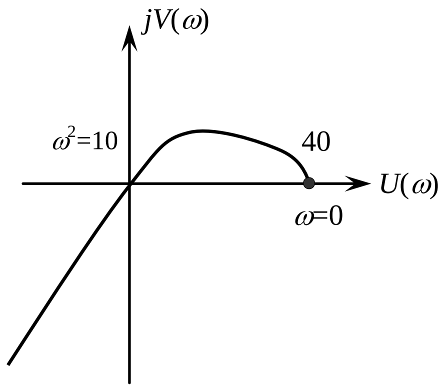
$a)\ \omega=0, \quad U(0)=40$

$V(0)=0,$

$b) U(\omega)=0, \quad 40-4\omega^2=0,$

$\omega^2=10.$

$V(\sqrt{\omega})=\sqrt{10}(10-10)=0.$



3.10-rasm.

3.10-rasmda keltirilgan gadografdan ko‘rinib turibdiki, tizim turg‘unlik chegarasida.

3.8. Naykvist turg‘unlik mezoni

Ushbu turg‘unlikning chastotaviy mezoni 1932 yilda amerkalik olim Naykvist tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, u ochiq tizimning amplituda faza xarakteristikasi (AFX) bo‘yicha berk tizimning turg‘unligini tekshirish imkonini beradi. Ochiq tizimning AFXsini esa ham analitik ham tajriba yo‘li bilan olish mumkin.

Turg‘unlikning ushbu mezoni aniq fizik ma’noga ega bo‘lib, ochiq tizimning statsionar chastotali xususiyatlarini berk tizimning nostatsionar xususiyatlari bilan bog‘laydi.

Ochiq tizimning uzatish funksiyasi $W(p)=\dfrac{P(p)}{Q(p)}$ berilgan bo‘lsin. Bu yerda $Q(p)=0$ – ochiq tizimning xarakteristik tenglamasi. Berk tizimning uzatish funksiyasi:

$$\Phi(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)}=\frac{\dfrac{P(p)}{Q(p)}}{1+\dfrac{P(p)}{Q(p)}}=\frac{P(p)}{Q(p)+P(p)},$$

$$A(p)=1+W(p)=1+\frac{P(p)}{Q(p)}=\frac{Q(p)+P(p)}{Q(p)}. \qquad (3.28)$$

Ochiq tizim turg‘un bo‘lsa, xarakteristik tenglamaning o‘ng ildizlari soni $l=0$ bo‘ladi. Argumentlar prinsipiga asosan ochiq tizim xarakteristik tenglamasi argumentining o‘zgarishi:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta\arg} Q(j\omega)=n\frac{\pi}{2}\cdot$$

Endi berk tizim turg‘un bo‘lishini talab etamiz. Unda quyidagi tenglik bajarilishi lozim:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta\arg}[Q(j\omega)+P(j\omega)]=n\frac{\pi}{2}\cdot \qquad (3.29)$$

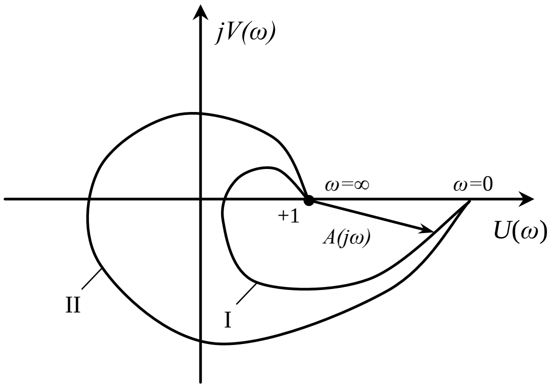
(3.28) ifodaga muvofiq berk tizimning xarakteristik tenglamasining argument o‘zgarishi:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta\arg} A(j\omega)=\underset{0<\omega<\infty}{\Delta\arg}[Q(j\omega)+P(j\omega)]-\underset{0<\omega<\infty}{\Delta\arg} Q(j\omega)=n\frac{\pi}{2}-n\frac{\pi}{2}=0. \qquad (3.30)$$

Shunday qilib, berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun chastota $0<\omega<\infty$ o‘zgarganda $A(j\omega)$ vektorining koordinata o‘qi atrofidagi burchak burilishi (argument o‘zgarishi) nolga teng bo‘lishi kerak yoki chastota

$0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda berk tizim AFXsi $A(j\omega)$ koordinata boshini, ya’ni (0; 0) nuqtani o‘z ichiga olmasligi kerak.

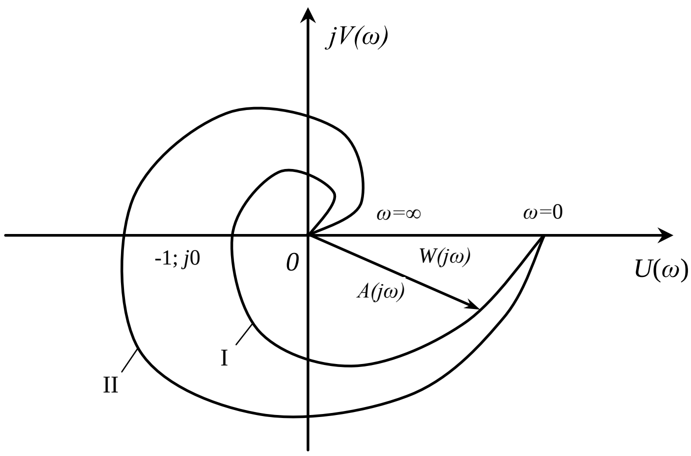
$A(j\omega) = 1 + W(j\omega)$ gadografining ko‘rinishi 3.11-rasmda keltirilgan.



3.11-rasm. ***I – berk tizim turg‘un; II – berk tizim noturg‘un.***

Berk tizimning AFX $A(j\omega) = 1 + W(j\omega)$ si ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ sidan «+1» ga farq qilagani uchun Naykvist mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin:

Ochiq tizim turg’un bo’lganda, berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun chastota ω noldan cheksizlikka o‘zgarganda ochiq tizim amplituda faza xarakteristikasi $W(j\omega)$ (-1;j0) nuqtani qamrab olmasligi kerak (3.12-rasm).



3.12-rasm. ***I – berk tizim turg‘un; II – berk tizim noturg‘un.***

Ochiq tizim noturg’un bo’lsa, xarakteristik tenglama «*l*» o‘ng ildizga ega, ya’ni $l \neq 0$, unda argumentlar prinsipiga muvofiq

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} Q(j\omega) = (n-2l)\frac{\pi}{2} \tag{3.31}$$

bo‘ladi.

Agar berk tizimning turg‘un bo‘lishi talab etilsa, unda quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}[Q(j\omega)+P(j\omega)] = n\frac{\pi}{2}\cdot \tag{3.32}$$

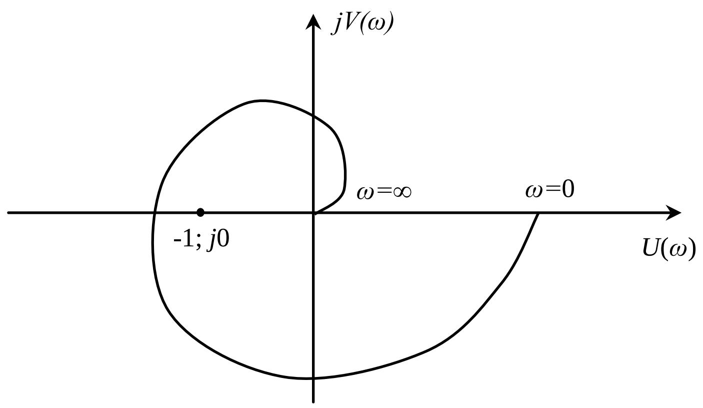
U holda $A(j\omega)=1+W(j\omega)$ vektorining argument o‘zgarishi

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} A(j\omega) = \underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}[Q(j\omega)+P(j\omega)] - \underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} Q(j\omega) = n\frac{\pi}{2} - (n-2l)\frac{\pi}{2} = l\pi \tag{3.33}$$

bo‘ladi. Ya’ni $A(j\omega)$ vektori koordinata o‘qining boshi atrofidagi summar burchak burilishi turg‘un berk tizim uchun «$l\pi$» ga teng bo‘lishi lozim.

Bundan Naykvist mezonining quyidagi ta’rifi kelib chiqadi:

Ochiq tizim noturg’un bo’lganda, berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun chastota ω noldan cheksizlikka o‘zgarganda ochiq tizim amplituda faza xarakteristikasi $W(j\omega)$ (-1;j0) nuqtani musbat yo’nalishda $l/2$ marta qamrab olishi yetarli va zarurdir, bu yerda l - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o‘ng ildizlar soni (3.13-rasm).



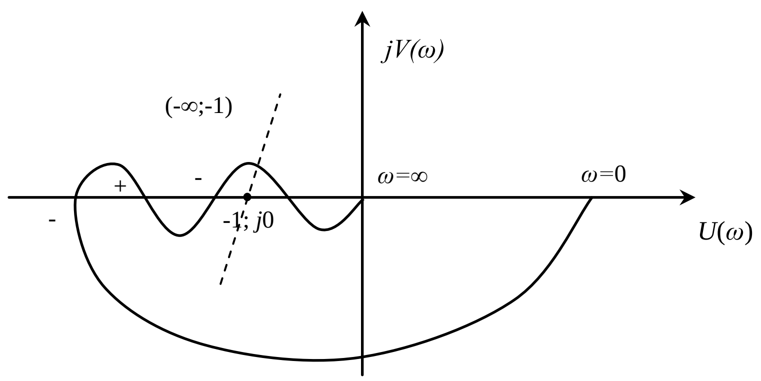
3.13-rasm.

$W(j\omega)$ gadografi (-1; j0) nuqtani bir marta o‘z ichiga olyapti. Shuning uchun bunda ochiq tizimning o‘ng ildizlar soni l = 2, chunki

$l/2=1 \Rightarrow \; l=2$. Demak, ochiq tizimning o‘ng ildizlar soni l = 2 bo‘lsa, berk tizim ham noturg‘un bo‘ladi.

Amaliy masalalarni yechishda Ya.Z.Sipkin taklif etgan «o‘tish qoidasini» qo‘llash maqsadga muvofiqdir.

$W(j\omega)$ xarakteristikani o‘tishi deganda shu xarakteristikaning kompleks tekisligida manfiy haqiqiy o‘qni (-1; j0) nuqtaning chap tomonini, ya’ni $(-\infty;-1)$ kesmani chastota $0<\omega<\infty$ o‘zgarganda yuqoridan pastga kesib o‘tsa musbat o‘tish, pastdan yuqoriga kesib o‘tsa manfiy o‘tish deyiladi (3.14-rasm).

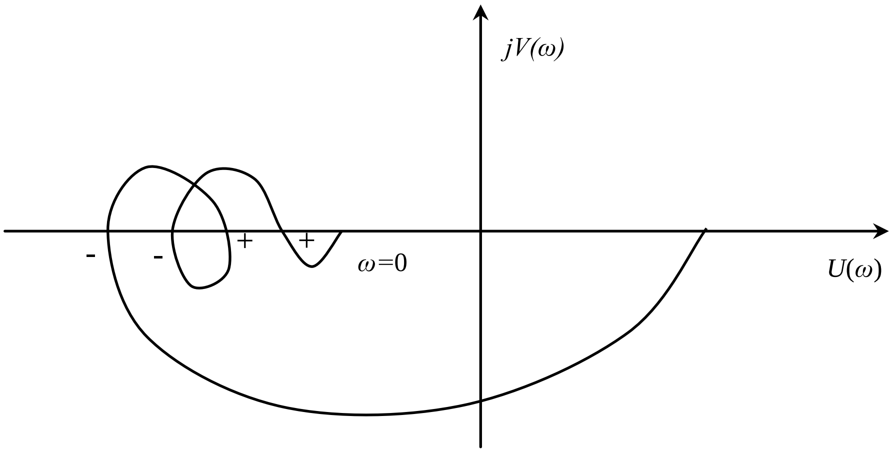


3.14-rasm.

Yuqorida aytilganlarni e’tiborga olgan holda Naykvist mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin:

Ochiq tizim noturg’un bo’lganda, berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun chastota ω noldan cheksizlikka o‘zgarganda ochiq tizim amplituda faza xarakteristikasi $W(j\omega)$ haqiqiy o’qini (-∞; -1) kesmasida musbat va manfiy o’tishlar soni orasidagi farq $l/2$ ga teng bo‘lishi yetarli va zarurdir, bu yerda l - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o‘ng ildizlar soni.

Agar ochiq tizimning AFXsi $\omega=0$ bo‘lganda (-∞; -1) kesmada boshlansa yoki $\omega=\infty$ bo‘lganda shu kesmada tugasa, unda bunday o‘tishni yarim o‘tish deyiladi (3.15-rasm).



3.15-rasm.

Statik ochiq tizimning $W(j\omega)$ xarakteristikalari chastota -∞<ω<∞ o‘zgarganda berk kontur hosil qiladi.

Integrallovchi zvenosi bo‘lgan, ya’ni astatik ochiq tizimlarning $W(j\omega)$ xarakteristikalari chastota -∞<ω<∞ o‘zgarganda berk kontur hosil qilmaydi.

***d*) astatik tizim uchun Naykvist mezonini qo‘llash.**

Astatik tizimning AFX

$$W(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{(j\omega)^{\nu} Q(j\omega)}, \tag{3.34}$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Bunday tizimlar uchun ochiq tizimning xarakteristik tenglamasi nol ildizga ega bo‘lib, quyidagi ko‘rinishda yozilishi mumkin.

$$Q(p) = p^{\nu} Q_1(p), \tag{3.35}$$

bu yerda, ν – astatizm darajasi, ya’ni tizimdagi ideal integral zvenolar soni; $Q_1(p)$ – nol ildizga ega bo‘lmagan polinom.

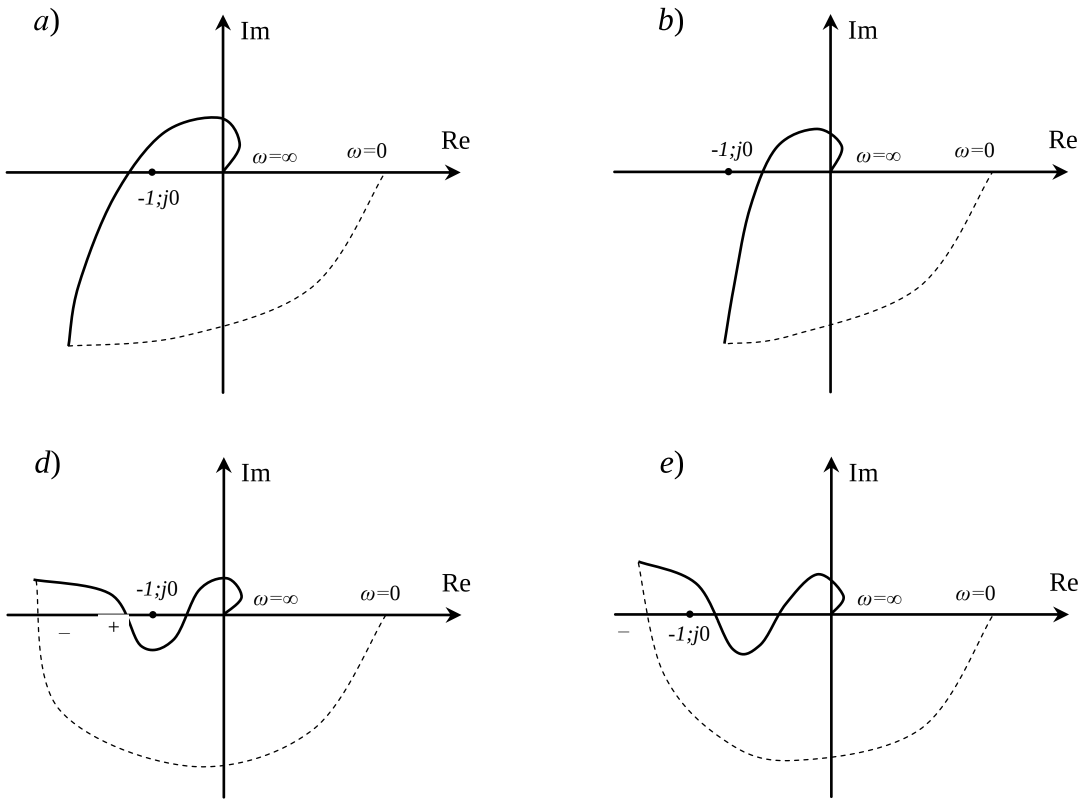
Astatik tizimlarning chastotaviy uzatish funksiyasi (3.34) ifodaga ko‘ra $\omega = 0$ bo‘lganda ∞ bo‘ladi, uning AFXsi esa uzulishlarga ega bo‘ladi. Shuning uchun kritik (-1; j0) nuqtani «kontur ichida» yoki «kontur tashqarisida» ekanligini aniqlash qiyinlashadi, ya’ni $W(j\omega)$ xarakteristikasi (-1; j0) kritik nuqtani o‘z ichiga olishi yoki olmasligini aytish mumkin bo‘lmay qoladi. O‘z navbatida berk tizimning turg‘unlik masalalarini yechish qiyinlashadi.

Tizim tarkibidagi integrallovchi zvenolar chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda $-\nu\frac{\pi}{2}$ burchak o‘zgarishini beradi. Bunda ν – ketma-ket ulangan integrallovchi zvenolar soni.

Shuning uchun $\Delta\arg A(j\omega)$ ni hisoblash uchun $W(j\omega)$ gadografi cheksiz katta radiusga ega bo‘lgan aylananing yoyi bilan musbat haqiqiy yarim o‘qqa qadar to‘ldiriladi (l=0 yoki juft son bo‘lganda). Unda Naykvist mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin:

Ochiq astatik tizim noturg’un bo’lganda, berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun chastota ω noldan cheksizlikka o‘zgarganda ochiq astatik tizim amplituda faza xarakteristikasi $W(j\omega)$ni to’ldiruvchi cheksiz radiusli $\nu\pi/2$ aylananing yoyi (-1;j0) nuqtani musbat yo’nalishda $l/2$ marta qamrab olishi yetarli va zarurdir, bu yerda l - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o‘ng ildizlar soni.

3.16-rasmda ochiq tizim turg‘un bo‘lgan ($l = 0$) holda berk tizimning turg‘unligini aniqlashga misollar keltirilgan.



3.16-rasm. ***a) ν=1 berk tizim noturg‘un; b) ν=1 berk tizim turg‘un; d) ν=2 berk tizim turg‘un; e) ν=2 berk tizim noturg‘un.***

3.16-rasmda keltirilgan gadograflardan ko‘rinib turibdiki, agar tizim turg‘un bo‘lsa, u holda kritik $(-1; j0)$ nuqta «∞» radiusga ega bo‘lgan aylananing yoyi bilan to‘ldirilgan ochiq tizim AFX sining tashqarisida yotadi. Agar bu nuqta shu xarakteristikaning ichida bo‘lsa, unda tizim noturg‘un bo‘ladi.

Agar ochiq tizim turg‘un bo‘lsa, $(l = 0)$, unda AFX manfiy haqiqiy yarim o’qni $(-\infty; -1)$ kesmada kesib o‘tadi yoki bu kesmani juft marta kesib o‘tadi. Agar $(-\infty; -1)$ kesmani kesib o‘tishlar soni toq bo‘lsa, unda berk tizim noturg‘un bo‘ladi.

Ochiq tizim yoki uning tarkibidagi birorta zvenoning tenglamasi noma’lum bo‘lsa-yu, lekin ochiq tizimning $W(j\omega)$ AFX si tajriba yo‘li bilan olingan bo‘lsa, unda bunday tizimning turg‘unligini tekshirish u-chun faqatgina Naykvist mezonini qo‘llash mumkin. Bu esa Naykvist turg‘unlik mezonining boshqa turg‘unlik mezonlaridan afzalligini ko‘rsatadi. Bundan tashqari, kechikuvchi tizimlarning turg‘unligini tekshirishda faqatgina Naykvist mezonini qo‘llash mumkin.

3.9. Logarifmik chastotaviy xarakteristika bo‘yicha turg‘unlikning tahlili (Turg‘unlikning logarifmik mezoni)

Muhandislik amaliyotida ABT larning turg‘unligini tahlil etishda ochiq tizimning logarifmik chastotaviy xarakteristikasi (LChX) dan keng foydalaniladi. Chunki ochiq tizimning asimptotik LAChXsini qurish AFXni qurishdan ancha oson va qulaydir.

Tizimning turg‘unligi ochiq tizim $W(j\omega)$ AFXsining $(-\infty; -1)$ kesmada manfiy haqiqiy o‘qni kesib o‘tishlar soni bilan bog‘liqdir. Shuning uchun ochiq tizimning AFXsi $W(j\omega)$ bilan LChXsi orasidagi bog‘liqlikni aniqlab olamiz.

Ochiq tizimning AFXsi $W(j\omega)$ manfiy haqiqiy o‘qni kesib o‘tganda, LFChX $\pm\pi(2i+1)$ chiziqlarning birini kesib o’tadi, bu yerda $i = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Tizimning turg‘unligi nuqtayi nazaridan olganda, bu o‘tishlar soni kritik $(-1; j0)$ nuqtaning o‘ng tomonida, $|W(j\omega)| < 1$ AFX ning moduli birdan kichik bo‘lganda, shuningdek LAChX ordinatalari manfiy $L(\omega) = 20\lg|W(j\omega)| < 0$ bo‘lsa, tizimning turg‘unligiga hech qanday xavf tug‘dirmaydi.

Shu sababli $L(\omega) = 20\lg|W(j\omega)| < 0$ bo‘lagi tizimning turg‘unligini tekshirilayotganda unchalik ahamiyat kasb etmaydi.

$W(j\omega)$ xarakteristikaning $(-\infty;\,-1)$ kesma orqali musbat o‘tishiga (yuqoridan pastga) LFChX ning $L(\omega)>0$ bo‘lagida $-\pi(2i+1)$ to‘g‘ri chiziqni pastdan yuqoriga (musbat o‘tish) kesib o’tishi, $W(j\omega)$ xarakteristikaning $(-\infty;\,-1)$ kesma orqali manfiy o‘tishiga (pastdan yuqoriga) esa LFChX ning manfiy o‘tishi to‘g‘ri keladi.

Yuqorida aytilganlarni hisobga olib, turg‘unlikning logarifmik mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin:

Naykvist turg‘unlik mezonini logarifmik chastota xarakteristikalariga qo‘llaganda quyidagicha ta’rif kelib chiqadi: *avtomatik boshqarish tizimi turg’un bo’lishi uchun logarifmik faza chastotaviy xarakteristikasining barcha sohasida to‘g‘ri chiziq* $\pm(2i+1),\ i=0,1,2,...,$ *dan o‘tgan musbat va manfiy o‘tishlar soni orasidagi farq* $l/2$ *(l – ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o‘ng ildizlari soni) ga teng bo’lishi zarur va yetarlidir, bu yerda logarifmik amplituda chastotaviy xarakteristika musbat, ya’ni* $L(\omega)>0$.

3.17-rasmda ochiq tizim turg‘un bo‘lgan holda, berk tizim turg‘un yoki noturg‘un holatlariga to‘g‘ri keladigan logarifmik xarakteris-tikalariga misollar keltirilgan.

Berk tizimning turg‘unligini tekshirish ochiq tizim LAChX sining musbat ordinatasi bo‘lagida tekshirilgan, rasmda u shtrixlangan chiziq bilan ko‘rsatilgan. Logarifmik xarakteristikalar bilan birga ularga mos tushadigan ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ xarakteristikalari ham keltirilgan.

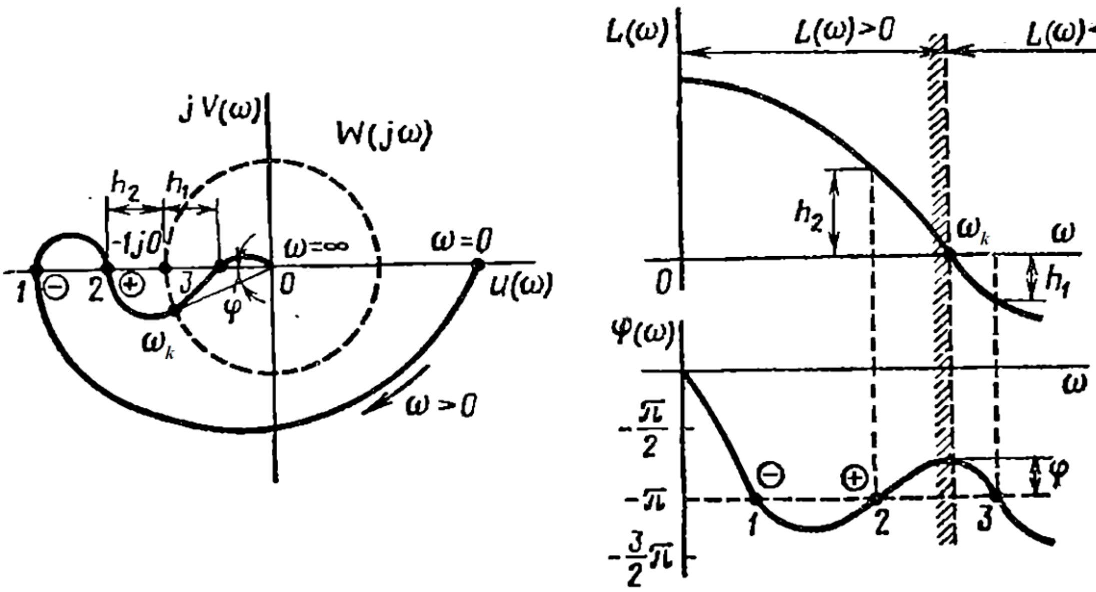
$W(j\omega)$ xarakteristikasining radiusi birga teng bo‘lgan aylana bilan kesishiga LAChX ning abssissa o‘qi bilan kesishi to‘g‘ri keladi va bu chastotani kesish chastotasi deyiladi va $\omega_к$ bilan belgilanadi.

$W(j\omega)$ xarakteristikasining manfiy haqiqiy o‘q bilan kesishgan nuqtasiga LFChX ning π to‘g‘ri chizig‘ini kesib o‘tishi to‘g‘ri keladi va bu chastotani ω_y o‘tish chastotasi deyiladi.

Agar ochiq tizim turg‘un (l=2) bo‘lsa, unda berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun $\omega_k<\omega_{o'}$ sharti bajarilishi kerak. Aks holda berk tizim noturg‘un bo‘ladi.

3.17-rasmda misol sifatida ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$si va unga mos keluvchi LAChX va LFChX lari keltirilgan. Bu LAChX va LFChX larini tahlilidan ko’rinadi-ki, LFChXni $L(\omega)>0$ bo’lganda $-\pi$ to‘g’ri chiziqdan o‘tgan musbat va manfiy o‘tishlar soni orasidagi farq nolga teng. Shunday qilib, agar ochiq tizim turg‘un bo’lsa ($l=0$), u holda berk tizim turg'un bo'ladi, bunda amplituda bo'yicha turg'unlik zahirasi h_1 va h_2 ga, faza bo'yicha turg'unlik zahirasi esa φ ga teng.

Odatda shunday tizimlar uchraydi-ki (ichki teskari aloqali), ularda turg'unlikning yo'qolishi nafaqat kuchaytirish koeffitsiyentini ortishi natijasida, balkim ularning kamayishi natijasida ham hosil bo'ladi. Ushbu holatda amplituda bo'yicha turg'unlik zahirasi kritik nuqta $(-1;\ j0)$ va AFX orasidagi absissa o'qining ikkita kesmasi h kattaliklari bo'yicha aniqlanadi.



3.17-rasm. ***Ochiq tizimning AFX*** $W(j\omega)$***si va unga mos keluvchi LAChX va LFChX lari.***

3.10. Tizim parametrlari tekisligida turg'unlik doirasini qurish. D – bo'linish usuli

ABT larni hisoblashda va loyihalashda uning ayrim parametrlarini tizim turg'unligiga ta'sirini tekshirish kerak bo'lib qoladi.

Bunday masalani yechishda turg'unlik sohalarini qurish, ya'ni tizim turg'un bo'lishi uchun parametr qiymatlarini shunday sohasini aniqlash zarur bo'ladi.

Tizim a) nol ildizga a_n=0;
b) juft mavhum ildizga;
d) ∞ ildizga a_0=0

ega bo'lganda turg'unlik chegarasida bo'ladi.

Turg'unlik sohalari bir parametr tekisligida va ikki parametr tekisligida quriladi.

Parametrlar tekisligida ildizlarning tartibda joylashishiga qarab sohalarga ajratuvchi egri chiziqlar to‘plamiga parametrlar tekisligining *D-bo‘linishi* deyiladi.

Ayrim hollarda qandaydir k parametrni tizimning turg‘unligiga bo‘lgan ta’sirini aniqlash zarur bo‘lib qoladi.

Masalan: shu k parametr xarakteristik tenglamaning ichiga chiziqli kirgan bo‘lsin, ya’ni

$$A(p) = P(p) + kQ(p),$$

$p = j\omega$ almashtirishdan so‘ng D-bo‘linish chegarasini

$$A(j\omega) = P(j\omega) + kQ(j\omega) = 0$$

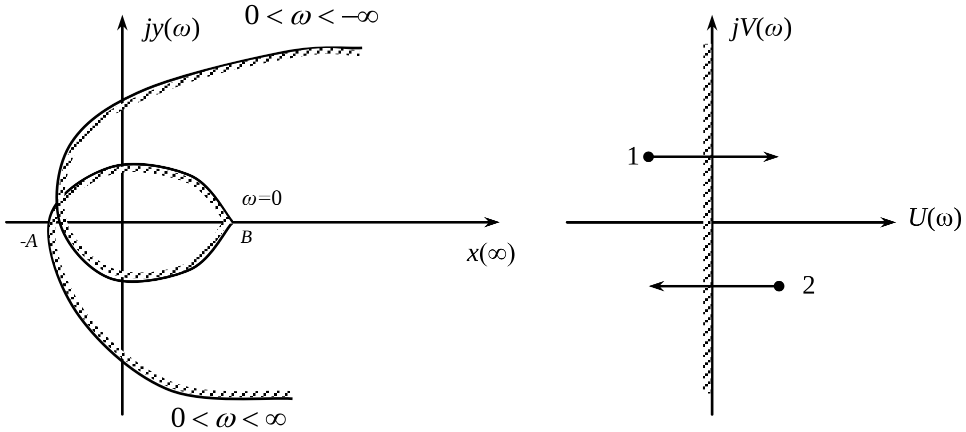
ko‘rinishga keltirish mumkin.

Bundan $k = -\dfrac{P(j\omega)}{Q(j\omega)} = x(\omega) + jy(\omega)$,

$x(\omega)$ – k parametrga nisbatan yozilgan xarakteristik tenglamaning haqiqiy qismi; $y(\omega)$ – esa mavhum qismi bo‘ladi.

D – bo‘linish chegarasini qurayotganda uni faqat chastotaning musbat qiymatlari uchun qurish yetarlidir, ya’ni $0 < \omega < \infty$. Undan keyin esa chastotaning manfiy qiymatlariga to‘g‘ri keladigan uchastkasini haqiqiy o‘qqa nisbatan simmetrik ravishda chizib qo‘yish mumkin. Chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda P tekisligida pastdan yuqori tomon chap yarim tekisligi (ya’ni turg‘unlik sohasi) mavhum o‘qning chap tomonida bo‘ladi. Shuning uchun o‘qning chap tomonini shtrixlaymiz.

Mavhum o‘q bo‘yicha bunday harakatga k tekisligidagi D – bo‘linish chegarasining chastota $-\infty < \omega < +\infty$ gacha o‘zgarganidagi chap tomonini shtrixlash to‘g‘ri keladi (3.18-rasm).



3.18-rasm.

Agar k tekisligida D – bo‘linish chegarasini shtrixlash yo‘nalishiga qarab kesib o‘tilsa, unda (P tekisligida) ildizlar tekisligida bitta ildiz o‘ng yarim tekisligidan chap yarim tekisligiga o‘tgan bo‘ladi (3.18-rasmdagi 2 nuqta).

O‘zgaruvchi parametr k haqiqiy son bo‘lgani uchun hosil bo‘lgan turg‘unlik sohasidan turg‘unlik kesmasi ajratib olinadi. Ya’ni haqiqiy o‘qdagi turg‘unlik sohasida yotgan AB kesma ajratib olinadi. Demak, AB kesmaga to‘g‘ri keladigan v parametrning har qaysi qiymatida tizim turg‘un bo‘ladi.

3.11. Kechikishli va irratsional zvenoli tizimlarning turg‘unligi

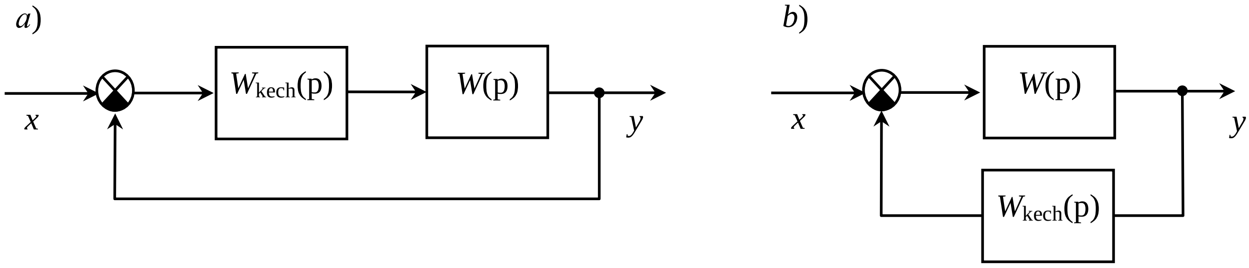
Avtomatik boshqarish tizimlari kirish kattaligi $x(t)$ va chiqish kattaligi $y(t)$ larining o‘rtasidagi bog‘liqlik quyidagi ko‘rinishga ega bo‘lgan zvenolardan tuzilishi mumkin:

$$y(t) = x(t - \tau), \tag{3.36}$$

bu yerda, τ – doimiy kattalik (miqdor) bo‘lib, *kechikish vaqti* deyiladi. Bunday zvenolar kechikuvchi zvenolar deb ataladi va ular kirish kattaligining o‘zgarishini yo‘qotishlarsiz (buzilishlarsiz), lekin bir qancha τ kechikish vaqti bilan amalga oshiradi.

Kechikuvchi zvenolarning uzatish funksiyasi

$$W_{kech}(p) = e^{-p\tau}. \tag{3.37}$$



3.19-rasm.

Sof kechikish zvenolarni ko‘pincha materiallar bir nuqtadan boshqasiga tasmali transporterlar orqali ko‘chiriluvchi texnologik jarayonlarda; magnitli zaxira tizimlarida va boshqa tizimlarda uchratish mumkin.

Tarkibida hech bo‘lmaganda bitta kechikuvchi zveno bo‘lgan avtomatik boshqaruv tizimlari *kechikuvchi tizimlar* deyiladi. Kechikishli tizimlardagi jarayonlar differensial-ayirma tenglamalar yordamida tavsiflanadi.

Bitta kechikuvchi zvenodan tashkil topgan bir konturli avtomatik boshqaruv tizimining strukturaviy sxemasi, agar kechikuvchi zveno to‘g‘ri zanjirda bo‘lsa, 3.19,*a*-rasmdagidek keltiriladi, agar kechikuvchi zveno teskari zanjirda bo‘lsa, 3.19,*b*-rasmdagidek keltiriladi.

Kechikishli ochiq tizim uzatish funksiyasi quyidagiga teng:

$$W_\tau(p) = W_{kech}(p)W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}e^{-p\tau}, \tag{3.38}$$

bu yerda $W(p) = \dfrac{R(p)}{Q(p)}$ – kechikish hisobga olinmagan ochiq tizimning o‘zida *p* operatorning ratsional-kasrli funksiyasini namoyon etuvchi uzatish funksiyasi.

Agar kechikuvchi zveno to‘g‘ri zanjirda bo‘lsa, unda berk tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$W_{gx}(p) = \frac{W_\tau(p)}{1+W_\tau(p)} = \frac{R(p)e^{-p\tau}}{Q(p)+R(p)e^{-p\tau}} = \frac{R_\tau(p)}{D_\tau(p)}. \tag{3.39}$$

Agar ushbu kechikuvchi zveno teskari aloqa zanjirida bo‘lsa, unda yopiq tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$W_{gx}(p) = \frac{W(p)}{1+W_\tau(p)} = \frac{R(p)}{Q(p)+R(p)e^{-p\tau}} = \frac{R(p)}{D_\tau(p)}. \tag{3.40}$$

(3.39) va (3.40) lardan ko‘rinib turibdiki, kechikuvchi zvenoning ulanish joyiga bog‘liq bo‘lmagan holda kechikishli tizimning xarakteristik tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$D_\tau(p) = Q(p) + R(p)e^{-p\tau} = 0. \tag{3.41}$$

Bu xarakteristik tenglama tarkibida $e^{-p\tau}$ borligi uchun u polinom hisoblanmaydi, *p* operatorning transsendent funksiyasi va odatdagi algebraik tenglamalardan farq qilgan holda cheksiz ildizlar ko‘phadiga ega bo‘ladi.

Doimiy kechikishli chiziqli tizim turg‘un bo‘lishi uchun (3.41) tenglamaning barcha ildizlari chap ildizlar bo‘lishi zaruriy va yetarlidir. (3.41) tenglamaning ildizlarini topish mushkul, shuning uchun kechikishli tizimning turg‘unligini tadqiq qilishda turg‘unlik mezonlaridan foydalaniladi.

Kechikishli berk tizimning turg‘unligi haqidagi xulosa kechikishli ochiq tizim AFX si $W_\tau(j\omega)$ ni (-1; j0) nuqtaga nisbatan tadqiq qilinishiga asoslanib amalga oshiriladi. Kechikishli tizimlar uchun Naykvist turg‘unlik mezonining ifodalanishi ratsional-kasrli uzatish funksiyasiga ega oddiy tizimlar uchun ifodalanishiga o‘xshashdir.

Kechikishli ochiq tizimning chastotali uzatish funksiyasi $W_\tau(j\omega)$ ni (3.38) tenglamadan $p \to j\omega$ bilan almashtirib hosil qilinadi:

$$W_\tau(j\omega) = W(j\omega)e^{-j\omega\tau} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}e^{-j\omega\tau} = A(\omega)e^{j\varphi_\tau(\omega)}, \qquad (3.42)$$

bu yerda $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ – kechikish hisobga olinmagan ochiq tizimning AFX si; $A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$ – AChX; $\varphi(\omega) = arctg\dfrac{V(\omega)}{U(\omega)}$ – FChX;

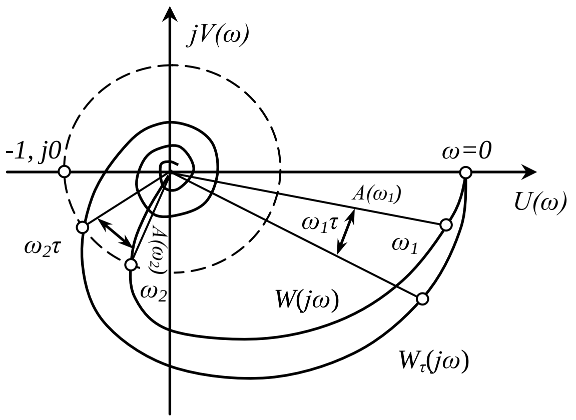
$$\varphi_\tau(\omega) = \varphi(\omega) - \omega\tau \qquad (3.43)$$

kechikishli ochiq tizimning FChX si.

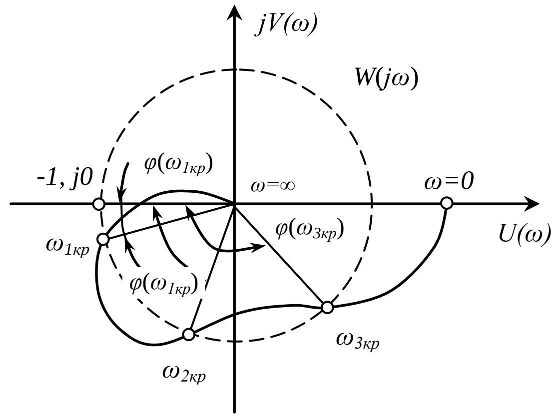
(3.42) va (3.43) lardan ko‘rinib turibdiki, kechikuvchi zvenoning mavjudligi ochiq tizimning AFX si moduli $A(\omega)$ ni o‘zgartirmaydi, faqatgina chastotaga proporsional ravishda manfiy $\omega\tau$ fazoviy siljish hosil qiladi, bunda kechikish vaqti τ proporsional koeffitsiyenti bo‘lib xizmat qiladi.

Kechikishi bo‘lmagan ochiq tizimning AFX si $W(j\omega)$ ni bilgan holda kechikishli berk tizimning AFX si $W_\tau(j\omega)$ ni oson qurish mumkin. Buning uchun $W(j\omega)$ AFX ning har bir modul vektori $A(\omega_i)$ ni soat strelkasi yo‘nalishi bo‘yicha $\omega_i\tau$ burchakka burish kerak. ω chastotani oshishi bilan $\omega\tau$ burchak tez oshib boradi, $A(\omega)$ moduli esa odatda kamayadi, shuning uchun ham kechikishli ochiq tizimlarning AFX si $W_\tau(j\omega)$ koordinata boshini o‘rab oluvchi spiral ko‘rinishiga ega bo‘ladi (3.20-rasm). AFXni “o‘rab olish” da qo‘shimcha $\omega\tau$ fazaviy siljishning borligi, umuman aytganda, turg‘unlikni yomonlashtiradi, xuddi shunday AFX kritik nuqta (-1; j0) ga yaqinlashib keladi. Biroq ba’zida murakkab formadagi $W(j\omega)$ AFX ga doimiy kechikishni kiritish turg‘unlik shartlarini yaxshilashi mumkin.

Kechikish vaqti τ ni keng chegaralarda o‘zgartirib, uning shunday qiymatini topish mumkinki, bunda berk tizim turg‘unlik chegarasiga tushib qoladi. Bunday hollarda $W_{\tau}(j\omega)$ xarakteristika (-1; j0) nuqta orqali o‘tadi.



3.20-rasm.



3.21-rasm.

Kechikish vaqti τ_{kr} va unga mos keluvchi $W_{\tau}(j\omega)$ni $(-1;\ j0)$ nuqta orqali o‘tuvchi chastotasi ω_{kr} qiymati kritik deb ataladi.

Agar $W(j\omega)$ gadografning birlik radiusli aylana bilan bir nechta nuqtalarda kesishishga ega bo‘lsa, masalan, ω_{1kr}, ω_{2kr} va ω_{3kr} (3.21-rasm) larda, unda tizim bir qancha kritik chegaraviy kechikish vaqtlariga ega bo‘ladi:

$$\tau_{1kr} = \varphi(\omega_{1kr})/\omega_{1kr}\,;\ \tau_{2kr} = \varphi(\omega_{2kr})/\omega_{2kr}\,;\ \tau_{3kr} = \varphi(\omega_{3kt})/\omega_{3kr}\,,$$

chunki minimal kechikish vaqti $\tau_{kr\min} = \tau_{1kr}$. Tizim $\tau < \tau_{1kr}$ da, shuningdek, $\tau_{2kr} < \tau < \tau_{3kr}$ da turg‘un bo‘ladi. Tizim $\tau_{1kr} < \tau < \tau_{2kr}$ da, shuningdek, $\tau > \tau_{3kr}$ larda noturg‘un bo‘ladi.

Ushbu holatni kuzatib, tizimning turg‘unlik va noturg‘unlik uchastkalarini τ ning uzluksiz (shuningdek, tizimning boshqa parametrlarida ham) almashish holati doimiy kechikishli ko‘pgina tizimlarning xarakterli xususiyati hisoblanadi. Odatda, tizimni tezkorligi va aniqligini oshirish maqsadida kechikish vaqti τ ni kamaytirishga harakat qilinadi, shuning uchun ham turg‘unlik mezonlari faqatgina minimal kechikish vaqtlari uchun ifodalanadi.

Agar kechikish vaqti τ minimal kritik kechikish vaqti $\tau_{kr\min}$ dan kichik bo‘lsa, avtomatik boshqaruv tizimi turg‘un bo‘ladi:

$$\tau < \tau_{kr\min}\,.$$

Nazorat savollari

1. ABTning turg‘unligi deganda nimani tushunasiz?
2. Chiziqli ABTning turg‘unligini yetarli va zaruriy shartlarini tushuntiring.
3. Chiziqli ABTning turg‘unligi to‘g‘risidagi Lyapunov teoremasini ayting?
4. Turg‘unlik mezonlari deb nimaga aytiladi?
5. Turg‘unlikning algebraik mezonlariga qanday mezonlar kiradi?
6. Tug‘unlikning Raus va Gurvis mezonlarini afzalliklari va kamchiliklari to‘g‘risida aytib bering.
7. Gurvis aniqlovchisi (detirminanti) qanday qoidalarga asosan aniqlanadi?
8. Gurvis mezonining ta’rifini aytib bering.
9. Lenar-Shipar turg‘unlik mezoni qachon va kim tomonidan taklif qilingan?
10. Turg‘unlikning chastotaviy mezonini imkoniyatlari va qo‘llanilishi to‘g‘risida nimalar deya olasiz?
11. Argumentlar prinsipini tushuntirib bering.
12. Mixaylov gadografi qanday tartibda quriladi.
13. Mixaylov mezonining ta’rifini aytib bering.
14. Naykvist mezonining qanday imkoniyatlari mavjud?
15. Ochiq tizim turg‘un bo‘lgan holatda berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun Naykvist mezoniga asosan qanday shart bajarilishi kerak?
16. Ochiq tizim noturg‘un bo‘lgan holatda berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun Naykvist mezoniga asosan qanday shart bajarilishi kerak?
17. Ya.Z.Sipkin taklif etgan «o‘tish qoidasi»ni tushuntirib bering.
18. Astatik tizim uchun Naykvist mezoni qanday qo‘llaniladi?
19. Turg‘unlikning logarifmik mezonini tushuntirib bering.
20. D-bo‘linishi deb nimaga aytiladi?
21. Kechikuvchi tizimlar deb nimaga aytiladi? Kechikishli va irratsional zvenoli tizimlarning turg‘unligi to‘g‘risida tushuncha bering.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Norman S. Nise. Control Systems Engineering. New York, John Wiley, 7 edition, 2015. – 944 p.
2. Yusupbekov N.R., Muxamedov B.E., G‘ulomov Sh.M. Texnologik jarayonlarni boshqarish tizimlari. – Toshkent: «O‘qituvchi», 1997. -704 b.
3. Unbehauen, H. Control Engineering. 3 Vols. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft. German. 2001. - 1273 p.
4. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. – М.: Изд-во МЭИ, 2004, 400 с.
5. Benjamin C. Kuo, Farid Golnaraghi. Automatic Control Systems. New York, John Wiley; 8 edition. 2002. - 624 p.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. Том 1-4. – М.: МГТУ им. Баумана, 2004.
7. Katsuhiko Ogata. Modern Control Engineering. Pearson Higher Ed USA. 5 edition. 2009. -912 p.
8. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления. Учебник для вузов. – СПб.: Политехника, 2003. –302 с.
9. Richard C. Dorf, Robert H. Bisho. Modern Control Systems. Pearson Higher Ed USA; 12 edition, 2010. -1104 p.
10. Automation Control - Theory and Practice. Edited by A.D.Rodić, Tech, 2009. - 360 p.
11. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. -СПб.: Профессия, 2004. -752 с.
12. Потапенко Е.М., Казурова А.Е., Основы теории автоматического управления. – Запороже: ЭНТУ, 2007.
13. Texnologik jarayonlarni avtomatlashtirish asoslari: O‘quv qo‘llanma. 1,2-qism. Yusupbekov N.R, Igamberdiyev X.Z., Malikov A.V. – Toshkent: ToshDTU, 2007.
14. Андрющенко В.А. Теория систем автоматического управления: Учеб. пособие. – Л.: СЗПИ, 1990. -252 с.
15. Бурьян Ю.А. и др. Теория автоматического упрвления: линей-

ные системы. Учебное пособие. –Омск: Изд-во ОмГТУ, 2005. -76 с.

16. Власов К.П. Теория автоматического управления (особые, дискретные и нелинейные системы) / К.П.Власов, М.К.Аникин. – СПб.: Санкт-Петербургский горный институт, 2006. -99 с.

17. Власов К.П. Теория автоматического управления. Учебное пособие. – Х.: Изд-во Гуманитарный центр, 2007. -526 с.

18. К.Ю.Поляков.Теория автоматического управления. ЧастI. -СПб., 2008. -80с.

19. К.Ю.Поляков. Теория автоматического управления. Част II. -СПб., 2009. -59 с.

20. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. – СПб: Питер, 2005. -333 с.

21. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.1. Учеб. пособие. –СПб.: СЗТУ, 2005. -74 с.

22. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.2: Моделирование линейных непрерывных систем автоматики. Учебное пособие. –СПб: СЗТУ, 2005.-81 с.

23. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Учеб. пособие для студентов вузов. –М.: Физматлит, 2003. -287 с.

24. Туманов М.П. Теория управления. Теория линейных систем автоматического управления. Учеб. пособие. – М.: МГИЭМ, 2005. -82 с.

25. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Линейные системы автоматического регулирования. Учебное пособие. –Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2001. -264 с.

26. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Основы теории автоматического управления. Учебное пособие. –Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2004. -352 с.

27. Сборник задач по теории автоматического управления. Учебно-методическое пособие для студентов технических специальностей / Сост. В.А. Бороденко. – Павлодар : Кереку, 2009. -112 с.

28. Леонов А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач: очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ. 2010. -336с.

29. Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB. Second Edition. New York e.a.: Wiley, 2001. -

401 pp.

30. Бозиев С.Н. MATLAB 2006a в примерах. – М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2006. -150 с.

31. Дьяконов В.П. MATLAB 6. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. -592 с.

32. Валерий Потемкин. MATLAB 6: среда проектирования инженерных приложений. Изд-во: Диалог-МИФИ 2003. – 448 с.

33. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширния MATLAB. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001. -480 с.

34. Амос Гилат. MATLAB. Теория и практика. Изд-во: ДМК Пресс, 2016. -416 с.

35. Николай Смоленцев. MATLAB. Программирование на C++, C#, Java и VBA. Изд-во: ДМК Пресс, 2015. - 498 с.

MUNDARIJA

III-MODUL. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING TURG‘UNLIGI

IV-MODUL. CHIZIQLI TIZIMLARINING ROSTLASH SIFATATINI BAHOLASH USULLARI

V-MODUL. TURG’UNLIKNI TA’MINLASH, ROSTLASH SIFATINI OSHIRISH, CHIZIQLI AVTOMATIK TIZIMLARNI SINTEZLASH